

ΕΣΠΑ 2007-2013, Ε.Π. «ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ»
ΔΡΑΣΗ «ΑΡΙΣΤΕΙΑ II»

«Σύμφωνα Ασύρματα Οπτικά Συστήματα ως
Δομικά Στοιχεία για την Υλοποίηση Δικτύων
Οικίας και Επαγγελματικών Χώρων Επόμενης
Γενιάς, (COWS)»

Κωδικός Έργου : 3525

COWS

| | |
|---------------------|---|
| Παραδοτέο: | Π1.1 |
| Τίτλος: | Λεπτομέρειες μοντελοποίησης οπτικού σύμφωνου καναλιού με εργαλεία ανοιχτού λογισμικού |
| Ημερομηνία: | 31/1/2015 (M12) |
| Επιμέρους Δράση: | Π.Ε. 1 |
| Υπεύθυνος Σύνταξης: | Θωμάς Καμαλάκης |
| Ομάδα Εργασίας | Θωμάς Καμαλάκης, Κατερίνα Μαργαρίτη, Δαλάκας Βασίλειος, Βελάνας Παντελής |
| Είδος: | Τεχνική Αναφορά |



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



1. Περιεχόμενα

| | |
|---|----|
| 1. Περιεχόμενα..... | 2 |
| 2. Σκοπός του παραδοτέου | 3 |
| 3. Αρχιτεκτονική του Συστήματος | 4 |
| 3.1 Συνοπτικό Διάγραμμα | 4 |
| 4. Περιγραφή του Σύμφωνου Δέκτη..... | 5 |
| 4.1 Ένας απλός ετερόδυνος δέκτης | 5 |
| 5. Μοντελοποίηση του Προσθετικού Θορύβου..... | 10 |
| 5.1 Ηλεκτρονικός Θόρυβος | 10 |
| 5.2 Θόρυβος Βολής..... | 11 |
| 6. Υπολογισμός του πηλίκου σήματος-προς-θόρυβο (SNR) | 14 |
| 7. Διάδοση της οπτικής δέσμης..... | 17 |
| 7.1 Η paraxial προσέγγιση..... | 17 |
| 7.2 Gaussian Δέσμες | 18 |
| 7.3 Gaussian δέσμες μέσα από συστήματα φακών..... | 20 |
| 7.4 Οπτικά στοιχεία του πομπού..... | 21 |
| 7.5 Χωρική μεταβολή της φάσης του κύματος | 23 |
| 7.6 Διάδοση μη Gaussian δεσμών | 25 |
| 7.7 Οπτικά Στοιχεία του Δέκτη | 25 |
| 8. Ισολογισμός Ισχύος..... | 30 |
| 8.1 Ισχύ λήψης στην περίπτωση Gaussian δεσμών..... | 30 |
| 8.2 Lambertian διαγράμματα ακτινοβολίας | 31 |
| 9. Διάχυτη Ακτινοβολία..... | 33 |
| 9.1 Διάδοση του διάχυτου σήματος..... | 33 |
| 9.2 Σύμφωνη Φώραση με Διάχυτη Ακτινοβολία..... | 35 |
| 9.3 Υπολογισμός του μέσου τετραγωνικού φωτορεύματος..... | 36 |
| 10. Περιγραφή ενός σύμφωνου ασύρματου συστήματος από άκρο-σε-άκρο | 39 |
| 11. Αναφορές..... | 50 |

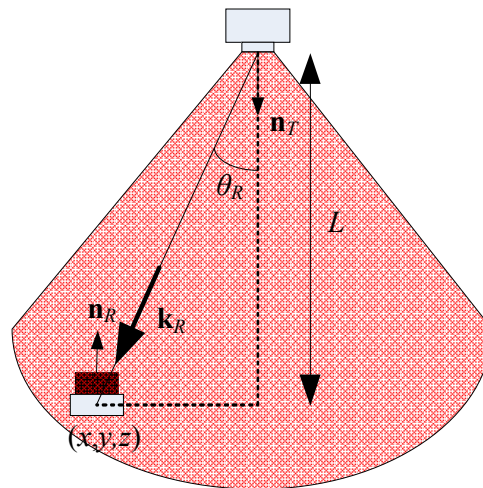
2. Σκοπός του παραδοτέου

Στο παρόν παραδοτέο θα παρουσιάσουμε τα κύρια σημεία της μοντελοποίησης του ασύρματου οπτικού καναλιού όταν χρησιμοποιείται σύμφωνη φάραση. Θα αναλύσουμε την αρχιτεκτονική της ζεύξης, τα επιμέρους στοιχεία και τα αντίστοιχα μοντέλα που χρησιμοποιούνται ώστε να ληφθούν υπόψη καθώς επίσης και τον τρόπο υπολογισμού των επιδόσεων του συστήματος.

3. Αρχιτεκτονική του Συστήματος

3.1 Συνοπτικό Διάγραμμα

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται μία απλοποιημένη μορφή της αρχιτεκτονικής της ζεύξης COWS. Ένας πομπός laser εκπέμπει οπτική (υπέρυθρη) ισχύ με ένα συγκεκριμένο διάγραμμα ακτινοβολίας. Το μοναδιαίο διάνυσμα \mathbf{n}_T καθορίζει την κατεύθυνση μέγιστης εκπομπής. Ο δέκτης χαρακτηρίζεται από ένα μοναδιαίο διάνυσμα λήψης \mathbf{n}_R που καθορίζει την κατεύθυνση μέγιστης λήψης.



Σχήμα 1: Συνοπτικό διάγραμμα ενός ασύρματου οπτικού δικτύου

Σκοπός μας είναι να καθορίσουμε τις επιδόσεις του δέκτη αν χρησιμοποιούμε τεχνικές σύμφωνης φάρασης. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να ξέρουμε μία σειρά από παραμέτρους όπως:

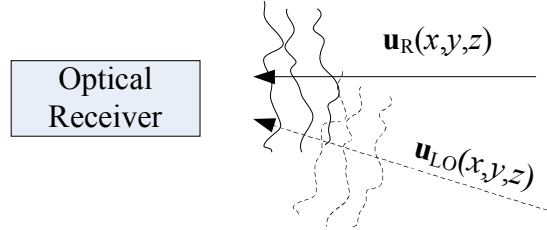
- Η θέση του πομπού \mathbf{r}_T
- Η θέση του δέκτη \mathbf{r}_R
- Το διάγραμμα ακτινοβολίας του πομπού
- Η ισχύς εκπομπής P_T .
- Η ισχύς του τοπικού ταλαντωτή P_{LO} .
- Η φάση του σήματος που φτάνει στο δέκτη.
- Τα χαρακτηριστικά του θορύβου shot.
- Τα χαρακτηριστικά του θερμικού θορύβου.
- Την κρουστική απόκριση του καναλιού.
- Το λεπτομερές σχεδιάγραμμα του δέκτη.
- Το συγκεκριμένο είδος διαμόρφωσης του πομπού.
- Την επιφάνεια του δέκτη A_R .

Κάποια από τα παραπάνω χαρακτηριστικά είναι σχετικά εύκολο να προσδιορισθούν όπως η θέση του πομπού και του δέκτη, ωστόσο ο προσδιορισμός κάποιων άλλων δεν είναι ιδιαίτερα απλή υπόθεση. Για παράδειγμα, ενώ η απόκριση του καναλιού όταν χρησιμοποιούμε διαμόρφωση πλάτους και άμεση φάραση (intensity modulation / direct detection - IM/DD) έχει μελετηθεί εκτενώς [1], το σύμφωνο ασύρματο οπτικό κανάλι δεν έχει διερευνηθεί σε περιβάλλον εσωτερικού χώρου.

4. Περιγραφή του Σύμφωνου Δέκτη

4.1 Ένας απλός ετερόδυνος δέκτης

Για να καταλάβουμε καλύτερα τις ιδιαιτερότητες των ασύρματων οπτικών συστημάτων που χρησιμοποιούν σύμφωνη φάραση θα ξεκινήσουμε από την περιγραφή του οπτικού δέκτη. Στην πιο απλή μορφή του ένας ετερόδυνος οπτικός δέκτης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα,



Σχήμα 2: Ένας απλός ετερόδυνος οπτικός δέκτης.

Όπως βλέπουμε στο Σχήμα 2, ο σύμφωνος δέκτης στην πιο απλή μορφή του είναι ένας κοινός οπτικός δέκτης στον οποίο προσπίπτει το πεδίο του σήματος $\mathbf{u}_R(x,y,z)$ μαζί με το σήμα μίας τοπικής πηγής (τοπικός ταλαντωτής) $\mathbf{u}_{LO}(x,y,z)$ το οποίο κατά κανόνα είναι αρκετά πιο ισχυρό. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να καθορίσουμε τι εννοούμε με την λέξη «πεδίο». Αν θεωρήσουμε ότι τόσο ο τοπικός ταλαντωτής όσο και η πηγή βρίσκονται αρκετά μακριά από τον δέκτη (δηλαδή απέχουν αρκετά μήκη κύματος), τότε το ηλεκτρομαγνητικό τους πεδίο είναι σχεδόν επίπεδο [2]. Για παράδειγμα το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο του σήματος δίνεται από την ακόλουθη σχέση,

$$\mathbf{H}_R = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{E}_R}{\omega_R \mu_0} \quad (1)$$

όπου \mathbf{H}_R , \mathbf{E}_R είναι το μαγνητικό και το ηλεκτρικό πεδίο του κύματος, μ_0 είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού \mathbf{k}_R και ω_R είναι το κυματάνυσμα και η συχνότητα του κύματος. Το διάνυσμα Poynting του πεδίου είναι:

$$\mathbf{W}_R = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}_R \times \mathbf{H}_R^* \} = \frac{1}{2\omega_R \mu_0} \text{Re} \{ \mathbf{E}_R \times (\mathbf{k}_R \times \mathbf{E}_R) \} = \frac{\mathbf{k}_R}{2\omega_R \mu_0} |\mathbf{E}_R|^2 \quad (2)$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει την διανυσματική ταυτότητα $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$. Εφόσον το μέτρο k_R του διανύματος \mathbf{k}_R είναι ω_R/c είναι εύκολο να δείξουμε ότι,

$$\mathbf{W}_R = \frac{|\mathbf{E}_R|^2}{2Z_0} \mathbf{k}_{nR} = \frac{E_R^2}{2Z_0} \mathbf{k}_{nR} \quad (3)$$

όπου $Z_0 = k_R / (\omega_R \mu_0) = (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ είναι η εμπέδηση του κενού και ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του ενώ \mathbf{k}_{nR} είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση του \mathbf{k}_R δηλαδή προς την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος. Παρατηρούμε επομένως πως για ένα επίπεδο κύμα, η πυκνότητα ισχύος που καθορίζεται από το μέτρο του διανύματος Poynting είναι ανάλογη με το τετράγωνο του μέτρου E_R του διανύματος \mathbf{E}_R . Για να απλοποιήσουμε τις πράξεις μπορούμε να ορίσουμε το οπτικό πεδίο $\mathbf{u}_R(x,y,z)$ ως:

$$\mathbf{u}_R = \frac{\mathbf{E}_R}{\sqrt{2Z_0}} \quad (4)$$

όποτε στην περίπτωση αυτή θα έχουμε:

$$\mathbf{W}_R = |\mathbf{u}_R|^2 \mathbf{k}_{nR} = u_R^2 \mathbf{k}_{nR} \quad (5)$$

ενώ το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο σχετίζονται με το οπτικό πεδίο ως εξής:

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{u}_R \sqrt{2Z_0} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_R = \frac{\mathbf{k}_{nR} \times \mathbf{u}_R}{\sqrt{2Z_0}} \quad (7)$$

Η ισχύς που προσπίπτει πάνω στο δέκτη δίνεται από την σχέση:

$$P_R = \int_{A_R} \mathbf{W}_R \cdot \mathbf{n}_R dS \cong A_R (\mathbf{W}_R \cdot \mathbf{n}_R) = u_R^2 A_R (\mathbf{k}_{nR} \cdot \mathbf{n}_R) = u_R^2 A_R \cos \theta_R \quad (8)$$

όπου A_R είναι η επιφάνεια του δέκτη και έχουμε υποθέσει ότι το διάνυσμα Poynting είναι \mathbf{W}_R είναι σταθερό πάνω στην επιφάνεια του δέκτη και θ_R είναι η γωνία πρόσπτωσης του κύματος στην επιφάνεια του δέκτη.

Στην περίπτωση όπου προσπίπτουν και τα δύο κύματα στον δέκτη όπως δείχνει το Σχήμα 2 τότε η συνολική ισχύς που λαμβάνει ο δέκτης θα είναι:

$$P_R = \int_{A_R} \mathbf{W}_{\text{tot}} \cdot \mathbf{n}_R dS \quad (9)$$

Για να υπολογίσουμε το συνολικό διάνυσμα Poynting των δύο σημάτων ξεκινάμε από τη σχέση

$$\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_{LO} + \mathbf{E}_R \quad (10)$$

όπου τα \mathbf{E}_{LO} και \mathbf{E}_{tot} είναι το ηλεκτρικό πεδίο του τοπικού ταλαντωτή και το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο. Το συνολικό μαγνητικό πεδίο είναι

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{H}_{LO} + \mathbf{H}_R \quad (11)$$

οπότε θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{tot}} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ (\mathbf{E}_{LO} + \mathbf{E}_R) \times (\mathbf{H}_{LO}^* + \mathbf{H}_R^*) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_{LO} \times \mathbf{H}_{LO}^*) + \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_R \times \mathbf{H}_R^*) + \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_{LO} \times \mathbf{H}_R^*) + \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_R \times \mathbf{H}_{LO}^*) \end{aligned} \quad (12)$$

ορίζοντας το οπτικό πεδίο \mathbf{u}_{LO} ανάλογα με το \mathbf{u}_R θα έχουμε:

$$\mathbf{E}_{LO} = \mathbf{u}_{LO} \sqrt{2Z_0} \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_{LO} = \frac{\mathbf{k}_{nLO} \times \mathbf{u}_{LO}}{\sqrt{2Z_0}} \quad (14)$$

Αντικαθιστώντας τις (6),(7),(13),(14) στην (12) θα πάρουμε:

$$\mathbf{W}_{\text{tot}} = |\mathbf{u}_R|^2 \mathbf{k}_{nR} + |\mathbf{u}_{LO}|^2 \mathbf{k}_{nLO} + \text{Re} \left\{ (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) \mathbf{k}_{nLO} - (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{k}_{nLO}) \mathbf{u}_{LO}^* + (\mathbf{u}_{LO} \cdot \mathbf{u}_R^*) \mathbf{k}_{nR} - (\mathbf{u}_{LO} \cdot \mathbf{k}_{nR}) \mathbf{u}_R^* \right\} \quad (15)$$

Αν υποθέσουμε ότι το πεδίο του τοπικού ταλαντωτή και το πεδίο του σήματος προσπίπτουν με την ίδια διεύθυνση σε σχέση με την επιφάνεια του δέκτη, τότε θα έχουμε $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_{nLO} = \mathbf{k}_{nR}$ οπότε θα έχουμε:

$$\mathbf{W}_{\text{tot}} = |\mathbf{u}_R|^2 \mathbf{k}_n + |\mathbf{u}_{LO}|^2 \mathbf{k}_n + 2 \text{Re} \left\{ (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) \right\} \mathbf{k}_n \quad (16)$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η συνολική πυκνότητα ισχύος ισούται με το άθροισμα των δύο επιμέρους πυκνοτήτων ισχύος των δύο πεδίων και ενός διακριτήματος του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος που είναι ο τρίτος όρος του αθροίσματος στην (16). Η συνολική ισχύς λήψης δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{P}_{\text{tot}} = \int_{A_R} |\mathbf{u}_R|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS + \int_A |\mathbf{u}_{LO}|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS + 2 \text{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS \right\} \quad (17)$$

Αν υποθέσουμε ότι η αποκρισιμότητα του δέκτη είναι σταθερή κατά μήκος της επιφάνειας του και ίση με R , τότε το ρεύμα που παράγει ο φωτοδέκτης είναι ανάλογο του P_{tot} , δηλαδή:

$$i = RP_{\text{tot}} \quad (18)$$

οπότε αντικαθιστώντας την (17) στην (18) έχουμε:

$$i = R \int_{A_R} |\mathbf{u}_R|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS + R \int_A |\mathbf{u}_{LO}|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS + 2R \operatorname{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS \right\} \quad (19)$$

Η (19) φανερώνει ότι το φωτόρευμα στο δέκτη είναι άθροισμα τριών όρων

$$i = i_R + i_L + i_S \quad (20)$$

Ο πρώτος όρος είναι το ρεύμα

$$i_R = R \int_{A_R} |\mathbf{u}_R|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS \cong R \cos \theta_R \int_{A_R} |\mathbf{u}_R|^2 dS \quad (21)$$

και αντιπροσωπεύει το ρεύμα που παράγεται εξαιτίας της συνιστώσας του σήματος (ανεξάρτητα από την παρουσία του τοπικού ταλαντωτή). Ο δεύτερος όρος στην (19) είναι το ρεύμα:

$$i_L = R \int_{A_R} |\mathbf{u}_{LO}|^2 (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS \cong R \cos \theta_R \int_{A_R} |\mathbf{u}_{LO}|^2 dS \quad (22)$$

το οποίο είναι μία DC συνιστώσα ρεύματος που οφείλεται στον τοπικό ταλαντωτή. Η τρίτη συνιστώσα του ρεύματος

$$i_S = 2R \operatorname{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_R) dS \right\} \cong 2R \cos \theta_R \operatorname{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) dS \right\} \quad (23)$$

προκύπτει από το διακρότημα του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος. Αν υποθέσουμε ότι οι φέρουσες συχνότητες του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος είναι ω_R και ω_{LO} αντίστοιχα, τότε:

$$\mathbf{u}_R = \mathbf{U}_R e^{j\omega_R t} \quad (24)$$

$$\mathbf{u}_{LO} = \mathbf{U}_{LO} e^{j\omega_{LO} t} \quad (25)$$

όπου τα πεδία \mathbf{U}_R , \mathbf{U}_{LO} είναι βασική ζώνης (χαμηλών συχνοτήτων) και

$$\int_A (\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_{LO}^*) dS = \cos(\Omega t) \operatorname{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{U}_R \cdot \mathbf{U}_{LO}^*) dS \right\} \quad (26)$$

όπου

$$\Omega = \omega_{LO} - \omega_R \quad (27)$$

είναι η συχνοτική διαφορά μεταξύ του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος.

Παρατηρούμε επομένως ότι εξαιτίας του όρου $\cos(\Omega t)$ το ρεύμα διακροτήματος i_S βρίσκεται σε διαφορετική συχνότητα από ότι τα ρεύματα i_R και i_{LO} και επομένως μπορεί να διαχωριστεί από τις δύο αυτές συνιστώσες με την βοήθεια ενός υψηλοπερατού φίλτρου. Στο σύμφωνο δέκτη, το «ωφέλιμο» σήμα είναι επομένως η συνιστώσα του ρεύματος διακροτήματος

$$i_S \cong 2R \cos \theta_R \cos(\Omega t) \operatorname{Re} \left\{ \int_A (\mathbf{U}_R \cdot \mathbf{U}_{LO}^*) dS \right\} \quad (28)$$

Όπως βλέπουμε και από την παραπάνω εξίσωση, το ρεύμα διακροτήματος προκύπτει από την μίξη του σήματος και του τοπικού ταλαντωτή. Επειδή ο τοπικός ταλαντωτής είναι συνήθως αρκετά πιο ισχυρός από το σήμα, η σύμφωνη φάραση εισάγει επομένως ένα κέρδος ισχύος.

Η ισχύς εκπομπής του οπτικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση,

$$\mathbf{P}_{LO} = \int_A |\mathbf{u}_{LO}|^2 dS \cong A |\mathbf{u}_{LO}|^2 \quad (29)$$

όπου έχουμε υποθέσει ότι η δέσμη του τοπικού ταλαντωτή είναι ομοιόμορφη (δηλαδή του $|\mathbf{u}_{LO}|^2$ είναι σταθερό και ότι το σύνολο της ισχύος προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια A του δέκτη ενώ η γωνία που σχηματίζει το σήμα και ο τοπικός ταλαντωτής με την κάθετη στην επιφάνεια είναι ίση με μηδέν ($\theta_R=0$),

δηλαδή ότι τόσο το σήμα όσο και το πεδίο του τοπικού ταλαντωτή προσπίπτουν κάθετα στην επιφάνεια λήψης. Στην περίπτωση αυτή και αν υποθέσουμε ότι η φάση του τοπικού ταλαντωτή είναι σταθερή και η πόλωση του είναι γραμμική και ίση με μηδέν, $\mathbf{u}_{LO} \cong u_{LO} \mathbf{p}$ όπου \mathbf{p} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που δείχνει την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου τότε,

$$i_s \cong 2R \cos(\Omega t) \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \operatorname{Re} \left\{ \int_A \mathbf{p} \cdot \mathbf{U}_R dS \right\} \quad (30)$$

όπου σύμφωνα με την (29), έχουμε αντικαταστήσει το πλάτος u_{LO} του πεδίου του τοπικού ταλαντωτή με

$$U_{LO} = \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \quad (31)$$

Στην (30) παρατηρούμε την σημασία που έχει η πόλωση του τοπικού ταλαντωτή να είναι παρόμοια με την πόλωση του σήματος λήψης, \mathbf{U}_R δηλαδή $\mathbf{p} \parallel \mathbf{U}_R$. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να γράψουμε:

$$i_s \cong 2R \cos(\Omega t) \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \operatorname{Re} \left\{ \int_A U_R dS \right\} \quad (32)$$

όπου έχουμε υποθέσει ότι $\mathbf{p} \parallel \mathbf{U}_R$

$$\mathbf{U}_R \cong U_R \mathbf{p} \quad (33)$$

Έχει ενδιαφέρον να συγκρίνουμε το ρεύμα που λαμβάνουμε στο σύμφωνο δέκτη με το ρεύμα που έχουμε απουσία του τοπικού ταλαντωτή, δηλαδή όταν έχουμε άμεση φάραση. Στην περίπτωση αυτή το ρεύμα στο δέκτη είναι απλά το i_R που δίνεται από την εξίσωση (21). Ο λόγος των δύο ρευμάτων είναι

$$\frac{i_s}{i_R} \cong 2 \cos(\Omega t) \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \operatorname{Re} \left\{ \int_A U_R dS \right\} \left[\int_A |U_R|^2 dS \right]^{-1} \quad (34)$$

όπου έχουμε υποθέσει ότι $\theta_R=0$. Στην περίπτωση όπου το προσπίπτον πεδίο του σήματος U_R έχει σταθερή φάση (έστω $\varphi_R=0$) και ένταση κατά μήκος του δέκτη τότε όπως και στην περίπτωση του τοπικού ταλαντωτή, μπορούμε να γράψουμε:

$$U_R = \sqrt{\frac{P_R}{A}} \quad (35)$$

όπου όπως αναφέραμε και παραπάνω το P_R είναι η ισχύς του σήματος που φτάνει στο δέκτη. Ο λόγος των ρευμάτων γίνεται:

$$\frac{i_s}{i_R} \cong 2 \cos(\Omega t) \sqrt{\frac{P_{LO}}{P_R}} \quad (36)$$

κάτι που σημαίνει ότι το ρεύμα εμφανίζεται ενισχυμένο κατά έναν παράγοντα

$$G_i = 2 \sqrt{\frac{P_{LO}}{P_R}} \quad (37)$$

όπου έχουμε αφαιρέσει τον παράγοντα $\cos(\Omega t)$ επειδή θεωρούμε ότι τελικά το ρεύμα i_S μετατρέπεται σε ρεύμα χαμηλών συχνοτήτων μέσω κατάλληλων ηλεκτρονικών συστημάτων. Συχνά η ισχύς λήψης είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ισχύ του τοπικού ταλαντωτή κάτι που έχει ως αποτέλεσμα μία μεγάλη ενίσχυση ρεύματος. Για παράδειγμα αν η ισχύς του τοπικού ταλαντωτή είναι $P_{LO}=10$ dBm και λαμβάνουμε ισχύ ρεύματος $P_R=-30$ dBm, τότε η ενίσχυση του ρεύματος θα είναι 23 dB σύμφωνα με την εξίσωση (37).

Από την παραπάνω ανάλυση μπορούμε να συνάγουμε τα εξής συμπεράσματα σχετικά με τον απλό σύμφωνο δέκτη που παρουσιάσαμε:

1. Ο σύμφωνος δέκτης μπορεί να προσφέρει μία σημαντική ενίσχυση ρεύματος σε σχέση με ένα δέκτη άμεσης φάρασης. Αυτό σημαίνει ότι ο θερμικός θόρυβος μπορεί να υπερνικηθεί και να οδηγηθούμε σε σημαντική αύξηση του ηλιόκου σήματος-προς-θόρυβο, όπως θα δούμε και παρακάτω.

2. Σύμφωνα με την (28), το ρεύμα είναι μέγιστο όταν ο τοπικός ταλαντωτής είναι προσαρμοσμένος στο πεδίο που λαμβάνουμε. Πράγματι σύμφωνα με την ανισότητα των Cauchy–Schwarz, το ολοκλήρωμα στην εξίσωση αυτή μεγιστοποιείται όταν το πεδίο του τοπικού ταλαντωτή είναι ανάλογο του πεδίου του σήματος, $U_R = KU_{LO}$ όπου K μία σταθερά αναλογίας. Αυτό σημαίνει ότι τα χαρακτηριστικά του τοπικού ταλαντωτή τόσο ως προς την φάση όσο και ως προς την πόλωση θα πρέπει να είναι παρόμοια με αυτά του σήματος.
3. Το ρεύμα στη σύμφωνη φώραση είναι σε υψηλές συχνότητες εξαιτίας της διαφοράς Ω μεταξύ των συχνοτήτων του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος. Επομένως τα μήκη κύματος εκπομπής των αντίστοιχων πηγών θα πρέπει να επιλεγούν κατάλληλα και επίσης ο δέκτης θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει και κατάλληλα ηλεκτρονικά ώστε η πληροφορία να ανακτάται στο δέκτη παρά το γεγονός αυτό.

Στις παραγράφους που ακολουθούν θα αναλύσουμε περαιτέρω αυτά τα σημεία και θα δείξουμε πως μπορούμε να εκτιμήσουμε τις επιδόσεις του σύμφωνου δέκτη σε σχέση με τον αντίστοιχο δέκτη άμεσης φώρασης. Παράλληλα θα μελετήσουμε την φύση του οπτικά ασύρματου σύμφωνου καναλιού και πως το όλο σύστημα μπορεί να προσομοιωθεί με την βοήθεια του MATLAB ή του GNU-OCTAVE που αποτελεί ένα ευρέως διαδεδομένο πακέτο ελεύθερου λογισμικού.

5. Μοντελοποίηση του Προσθετικού Θορύβου

5.1 Ηλεκτρονικός Θόρυβος

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να συμπεριλάβουμε στην ανάλυση μας τα διάφορα είδη ηλεκτρονικού και μη θορύβου που υπάρχει στον σύμφωνο δέκτη και στον δέκτη άμεσης φώρασης. Καταρχήν θα πρέπει να υπολογίσουμε τα χαρακτηριστικά του προσθετικού ηλεκτρονικού θορύβου ο οποίος έχει δύο συνιστώσες: το θόρυβο shot n_s και τον θερμικό θόρυβο n_T . Το συνολικό ρεύμα επομένως θα γραφτεί ως εξής:

$$i = i_R + i_L + i_S + n_s + n_T \quad (38)$$

Ο θερμικός θόρυβος n_T μοντελοποιείται ως ένας λευκός Gaussian προσθετικός θόρυβος με συνάρτηση αυτοσυσχέτισης [3],

$$\langle n_T(t+\tau)n_T(t) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (39)$$

όπου N_0 είναι μία σταθερά που καθορίζει την φασματική πυκνότητα του θορύβου. Στο πεδίο των συχνοτήτων η (39) συνεπάγεται ένα λευκό φάσμα θορύβου,

$$S_T(f) = \frac{N_0}{2} \quad (40)$$

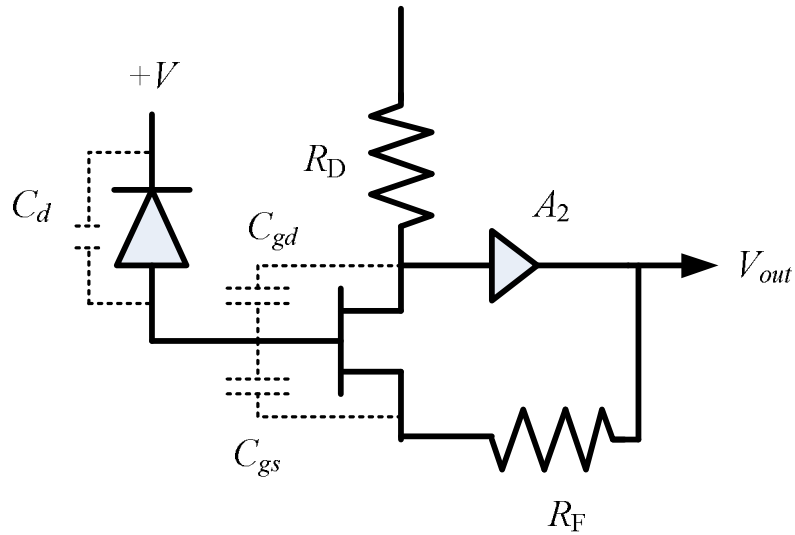
όπου με $S_T(f)$ έχουμε συμβολίσει την φασματική πυκνότητα του θορύβου η οποία είναι ανεξάρτητη από την συχνότητα. Η φασματική πυκνότητα του θορύβου σε μία αντίσταση R_L δίνεται από την σχέση:

$$N_0 = \frac{2k_B T}{R_L} \quad (41)$$

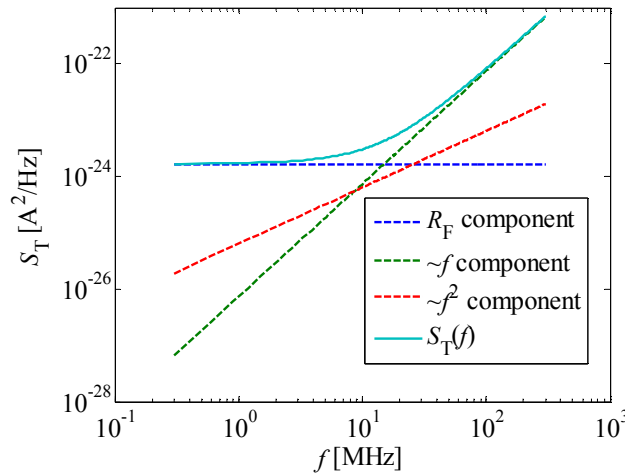
όπου k_B είναι η σταθερά του Boltzmann και T η απόλυτη θερμοκρασία. Ωστόσο σε ένα πρακτικό δέκτη θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και το ηλεκτρονικό κύκλωμα που ακολουθεί μετά την φωτοδίοδο. Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται ένας οπτικός δέκτης ο οποίος χρησιμοποιεί ηλεκτρονικό ενισχυτή διαγωγιμότητας που βασίζεται σε ένα τρανζίστορ επίδρασης πεδίου (field effect transistor - FET). Στο συγκεκριμένο κύκλωμα η συχνότητα αποκοπής δίνεται από την σχέση [4]:

$$f_c = \frac{g_m R_D A_2 + 1}{2\pi R_f C_T} \quad (42)$$

όπου g_m είναι η διαγωγιμότητα του FET, A_2 είναι η ενίσχυση του ενισχυτή τάσης που ακολουθεί το FET, R_D είναι η αντίσταση υποδοχής (drain) και C_T είναι η συνολική χωρητικότητα του δέκτη που προκύπτει από το άθροισμα $C_T = C_d + C_{gs} + C_{gd}$ της χωρητικότητας της φωτοδίοδου C_d , της επαφής πύλης/πηγής C_{gs} και πύλης/υποδοχής C_{gd} του FET.



Σχήμα 3: Ένα πρακτικό κύκλωμα ενισχυτή διαγωγιμότητας που χρησιμοποιείται στο δέκτη.



Σχήμα 4: Φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου του δέκτη.

Για παράδειγμα αν υποθέσουμε ότι $C_d=20\text{pF}$, $C_{gs}=C_{gd}=0.5\text{pF}$ τότε η συνολική χωρητικότητα θα είναι $C_T=C_d+C_{gs}+C_{gd}=21\text{pF}$. Επίσης αν $g_m=40\text{mS}$ και $R_F=10\text{k}\Omega$ και $R_D=1\text{k}\Omega$, τότε για ενίσχυση $A_2=20\text{dB}$ πετυχαίνουμε $f_c \cong 300\text{MHz}$ το οποίο είναι ένα σχετικά ικανό εύρος ζώνης για την επίτευξη επικοινωνιών υψηλού ρυθμού. Η μονόπλευρη (one-sided) φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου (αναφορικά με την είσοδο του δέκτη) θα είναι:

$$S_T(f) = \frac{4k_B T}{R_F} + \frac{16\pi^2 k_B T}{g_m} \left(\Gamma + \frac{1}{g_m R_D} \right) C_T^2 f^2 + \frac{4\pi^2 K I_D C_T^2 f}{g_m^2} \quad (43)$$

όπου R_D είναι η αντίσταση της υποδοχής, I_D είναι το DC ρεύμα της υποδοχής και Γ είναι ένας παράγοντας θορύβου του καναλιού του FET. Αν θεωρήσουμε ότι αυτός ο παράγοντας είναι ίσος με 1 και επίσης θέσουμε $R_D=1000\Omega$, $K=249\text{fA}$, $I_D=20\text{mA}$ τότε η πυκνότητα του θερμικού θορύβου είναι αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4. Παρατηρούμε ότι παρουσιάζεται μία σημαντική μεταβολή της πυκνότητας ισχύος με την συχνότητα οπότε ο θερμικός θόρυβος του κυκλώματος δεν είναι λευκός.

5.2 Θόρυβος Βολής

Στην συνέχεια θα πρέπει να υπολογίσουμε το θόρυβο βολής του οποίου η φασματική πυκνότητα ισχύος δίνεται από την σχέση [3]:

$$S_{SH}(f) = 2qRP_{tot} \quad (44)$$

όπου q είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου. Στο Σχήμα 5 παρουσιάζουμε την τιμή της φασματικής πυκνότητας ισχύος του θορύβου βολής για διάφορες τιμές της οπτικής ισχύος P_{tot} .

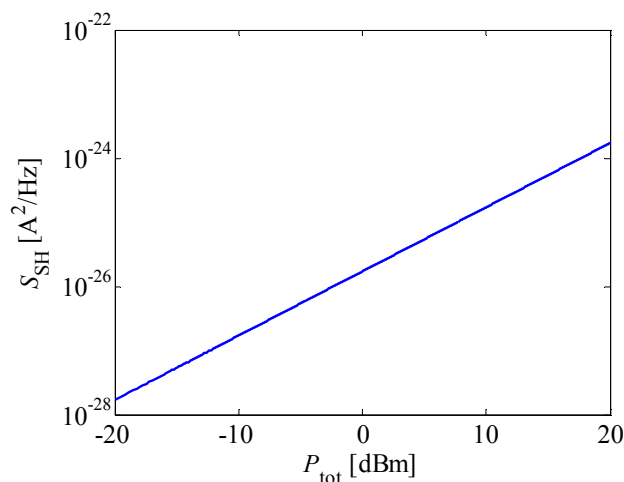
Η ισχύς P_{tot} περιλαμβάνει το σύνολο της οπτικής ισχύος που φτάνει στο δέκτη. Αν υποθέσουμε ότι παράλληλα με το σήμα U_R φτάνει στο δέκτη και μία οπτική ισχύς P_n η οποία εξαρτάται από τις συνθήκες φωτισμού του χώρου. Η οπτική αυτή ισχύς μεταφράζεται σε ένα θόρυβο shot. Στην γενικότερη περίπτωση θα έχουμε

$$P_{tot} = P_R + P_{LO} + P_n \quad (45)$$

Η οπτική ισχύς που οφείλεται στον θόρυβο περιβάλλοντος εξαρτάται από διάφορες παραμέτρους όπως για παράδειγμα το μήκος κύματος εκπομπής, τη διαρρύθμιση των παραθύρων, την ώρα της ημέρας και γενικότερα τις συνθήκες φωτισμού. Επίσης εξαρτάται από το κατά πόσο χρησιμοποιείται κάποιο οπτικό φίλτρο στον δέκτη. Η φασματική φωτεινότητα (spectral irradiance) εκφράζει την πυκνότητα οπτικής ισχύος ανά επιφάνεια και ανά μήκος κύματος. Η συνολική ισχύς μπορεί να περιγραφεί από μία σχέση της μορφής:

$$P_n = p_n \Delta \lambda A \quad (46)$$

όπου $\Delta \lambda$ είναι το εύρος του οπτικού ή υπέρυθρου φάσματος που αφήνει να περάσει το οπτικό φίλτρο. Τυπικές τιμές του p_n είναι της τάξης των μερικών $mW/cm^2/nm$ όταν το μήκος κύματος είναι περίπου $800nm$. Για παράδειγμα αν υποθέσουμε ότι $p_n=6mW/cm^2/nm$ και το εύρος του φάσματος είναι $\Delta \lambda=10nm$ και ο φωτοδέκτης λαμβάνει ισχύ που αντιστοιχεί σε μία επιφάνεια $A=10cm^2$, βρίσκουμε $P_n=600mW$ δηλαδή περίπου $28dBm$. Ωστόσο για μικρότερο εύρος φάσματος, π.χ. $\Delta \lambda=0.1nm$ η οπτική ισχύς P_n μειώνεται σημαντικά στα $6mW$ (περίπου $8dBm$).

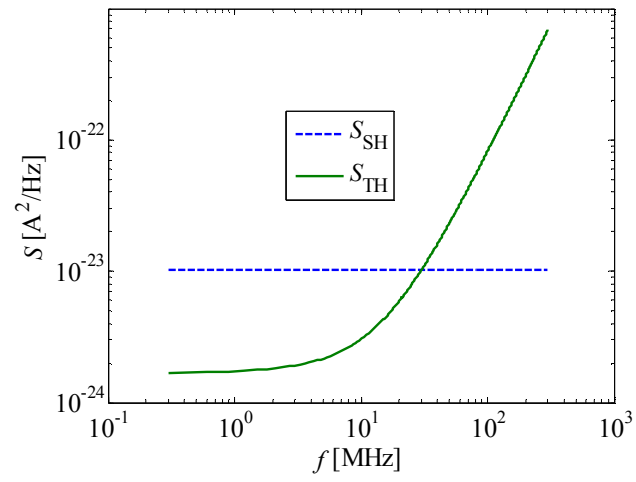


Σχήμα 5: Φασματική πυκνότητα ισχύος του θερμικού θορύβου του δέκτη.

Σε κάθε περίπτωση είναι φανερό ότι $P_n \gg P_R$ για πρακτικές τιμές της ισχύος λήψης της τάξης του $1\mu W$ και μικρότερες. Επομένως σύμφωνα με την (45) και την (44),

$$S_{SH}(f) \cong 2qR(P_{LO} + P_n) \quad (47)$$

Στο Σχήμα 6 συγκρίνουμε την φασματική πυκνότητα του θορύβου βολής και του θερμικού θορύβου θεωρώντας ότι $P_{LO} \ll P_n = 600mW$. Παρατηρούμε ότι ο θόρυβος shot αρχικά υπερτερεί του θερμικού θορύβου ωστόσο όσο κινούμαστε σε μεγαλύτερες συχνότητες, ο θερμικός θόρυβος γίνεται ολοένα και πιο σημαντικός και τελικά ξεπερνάει το θόρυβο βολής.



Σχήμα 6: Σύγκριση της φασματικής ισχύος του θορύβου βολής και του θερμικού θορύβου.

6. Υπολογισμός του ηλιίκου σήματος-προς-θόρυβο (SNR)

Ένα σημαντικό μέγεθος το οποίο χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό των επιδόσεων ενός συστήματος είναι το ηλιικό σήματος-προς-θόρυβο (signal-to-noise, SNR). Αν θεωρήσουμε μία απλή διαμόρφωση πλάτους τύπου on/off keying (OOK) τότε το SNR δίνεται από την σχέση:

$$SNR = \frac{\langle i_{\text{signal}}^2 \rangle}{\langle i_{\text{noise}}^2 \rangle} \quad (48)$$

όπου i_{signal} και i_{noise} είναι τα ρεύματα που αντιστοιχούν στο σήμα και στο θόρυβο αντίστοιχα. Στην περίπτωση της άμεσης ανίχνευσης θα έχουμε $i_{\text{signal}}=i_R$ και επομένως

$$\langle i_{\text{signal}}^2 \rangle = RP_{R1} \quad (49)$$

ενώ στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης θα πρέπει να διαχωρίσουμε μεταξύ της ομόδυνης περίπτωσης ($\Omega=0$) και της ετερόδυνης περίπτωσης ($\Omega \neq 0$). Στην πρώτη περίπτωση θα έχουμε

$$\langle i_{\text{signal}}^2 \rangle = 4RP_{LO}P_R \text{ (ομόδυνη φώραση)} \quad (50)$$

ενώ στην δεύτερη περίπτωση εξαιτίας του παράγοντα $\cos(\Omega t)$ στην (36) θα έχουμε

$$\langle i_{\text{signal}}^2 \rangle = 2RP_{LO}P_R \text{ (ετερόδυνη φώραση)} \quad (51)$$

που δείχνει ότι η ισχύς του σήματος στην ετερόδυνη φώραση είναι μικρότερη κατά -3dB.

Στην περίπτωση της άμεσης ανίχνευσης, θεωρούμε πως η ισχύς της ακτινοβολίας περιβάλλοντος είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την ισχύ του σήματος ($P_n \gg P_R$) και επομένως έπεται ότι ο θόρυβος βολής είναι ο ίδιος ανεξάρτητα από το αν έχουμε μεταδώσει «1» ή «0», οπότε δεδομένου και ότι ο θερμικός θόρυβος είναι ανεξάρτητος από το bit προς μετάδοση θα έχουμε

$$\sigma_0^2 \cong \sigma_1^2 = \sigma^2 = \int_0^{+B} [S_{\text{TH}}(f) + S_{\text{SH}}(f)] df \quad (52)$$

όπου B είναι το ηλεκτρικό εύρος ζώνης του σήματος. Για την διαμόρφωση OOK, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το εύρος ζώνης είναι περίπου ίσο με $B \cong 2.5R_b$ δεδομένου ότι η φασματική απόδοση του εν λόγω σχήματος διαμόρφωσης είναι περίπου 0.4bit/Hz. Επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (43) και (47) έτσι ώστε να υπολογίσουμε την ισχύ του θορύβου είτε αναλυτικά είτε μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης. Είναι εύκολο να δούμε ότι:

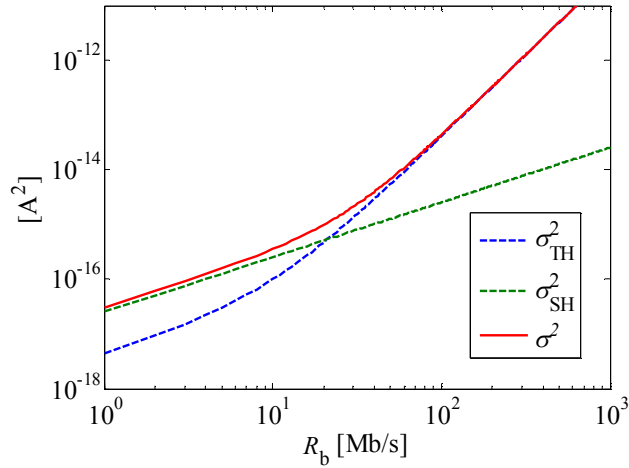
$$\sigma_T^2 = \int_0^B S_T(f) df = \frac{4k_b T}{R_F} B + \frac{16\pi^2 k_b T}{g_m} \left(\Gamma + \frac{1}{g_m R_D} \right) C_T^2 \frac{B^3}{3} + \frac{2\pi^2 K I_D C_T^2 B^2}{g_m^2} \quad (53)$$

$$\sigma_{\text{SH}}^2 = 2qRP_n B \quad (54)$$

Στο Σχήμα 7 παρουσιάζουμε την ισχύ του συνολικού θορύβου σ^2 καθώς και τις επιμέρους συνεισφορές που οφείλονται είτε στο θόρυβο βολής είτε στο θερμικό θόρυβο. Παρατηρούμε ότι στους υψηλούς ρυθμούς η ισχύς του θορύβου κυριαρχείται από το θερμικό θόρυβο και όχι από τον θόρυβο βολής.

Στην περίπτωση της άμεσης ανίχνευσης το ηλιικό σήμα προς θόρυβο στην (48) γράφεται:

$$SNR_{DD} = \frac{(RP_{R1})^2}{\sigma_{\text{SH}}^2 + \sigma_{\text{TH}}^2} \quad (55)$$



Σχήμα 7: Συνολική ισχύς θορύβου και επιμέρους συνιστώσες.

Στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης οι σχέσεις που παρουσιάσαμε για την ισχύ του θορύβου συνεχίζουν να ισχύουν ωστόσο θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και την ισχύ του τοπικού ταλαντωτή στον υπολογισμό της ισχύος του θορύβου βολής,

$$\sigma_{SH}^2 = 2qR(P_n + P_{LO})B \quad (56)$$

Το ηλίκο σήματος-προς-θόρυβο θα γραφτεί:

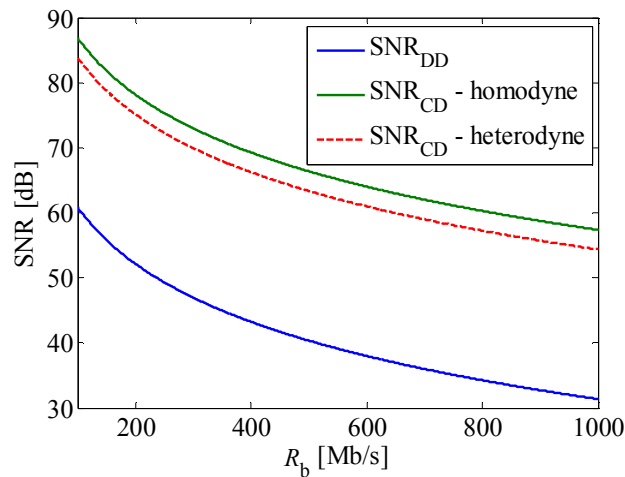
$$SNR_{CD} = \frac{[4R\sqrt{P_{R1}P_{LO}}]^2}{\sigma_{SH}^2 + \sigma_{TH}^2} \quad (\text{ομόδουνη φώραση}) \quad (57)$$

$$SNR_{CD} = \frac{[2R\sqrt{P_{R1}P_{LO}}]^2}{\sigma_{SH}^2 + \sigma_{TH}^2} \quad (\text{ετερόδουνη φώραση}) \quad (58)$$

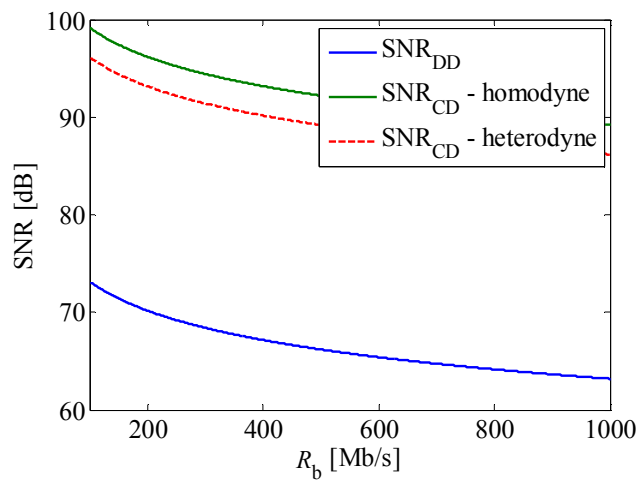
Στο Σχήμα 8 δείχνουμε τις τιμές του SNR για την άμεση και τη σύμφωνη φώραση θεωρώντας ότι η ισχύς του φωτός περιβάλλοντος είναι $P_n=0.6W$, η ισχύς του σήματος $P_{R1}=0.1\mu W$ και η ισχύς του τοπικού ταλαντωτή είναι $P_{LO}=1mW$. Παρατηρούμε ότι η σύμφωνη φώραση έχει ως αποτέλεσμα την δραστική βελτίωση του SNR παραπάνω από 25dB εξαιτίας του κέρδους ρεύματος την οποία συνεπάγεται η μίξη του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος. Υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες που υποθέσαμε η ισχύς του τοπικού ταλαντωτή είναι σημαντικά μικρότερη από την ισχύ του περιβάλλοντος θορύβου και επομένως ο θόρυβος έχει σχεδόν την ίδια τιμή τόσο στην περίπτωση της άμεσης φώρασης όσο και στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης. Επομένως μπορούμε να γράψουμε,

$$\frac{SNR_{CD}}{SNR_{DD}} \cong 4 \frac{P_{LO}}{P_{R1}} \quad (\text{ομόδουνη φώραση}) \quad (59)$$

$$\frac{SNR_{CD}}{SNR_{DD}} \cong 2 \frac{P_{LO}}{P_{R1}} \quad (\text{ετερόδουνη φώραση}) \quad (60)$$



Σχήμα 8: SNR για τους διάφορους τρόπους φώρασης



Σχήμα 9: SNR για τους διάφορους τρόπους φώρασης απουσία του θερμικού θορύβου.

Στο Σχήμα 9 έχουμε παραστήσει γραφικά την τιμή του SNR που υπολογίζουμε όταν δεν λαμβάνουμε υπόψη το θερμικό θόρυβο. Παρατηρούμε ότι το SNR που επιτυγχάνουμε είναι πολύ μεγαλύτερο καταδεικνύοντας την σημασία του θερμικού θορύβου στο σχεδιασμό του συστήματος. Επίσης θα πρέπει να τονιστεί ότι παρά το γεγονός του ότι στο δέκτη άμεσης φώρασης δεν προσπίπτει ισχύς από τον τοπικό ταλαντωτή, εντούτοις ο θόρυβος βολής δεν μπορεί να αγνοηθεί εξαιτίας του ισχυρού θορύβου περιβάλλοντος. Οπότε στην άμεση φώραση και αυτός ο θόρυβος είναι σημαντικός σε αντίθεση με τα κλασικά ενσύρματα οπτικά συστήματα όπου μπορεί να αγνοηθεί όταν η ισχύς λήψης είναι πολύ μικρή. Φυσικά θα πρέπει να τονιστεί ότι το να αγνοήσει κανείς το θερμικό θόρυβο δεν είναι ρεαλιστικό ιδίως στα συστήματα άμεσης φώρασης όπου εξαιτίας του χαμηλού ρεύματος λήψης, αποτελεί μία σημαντική συνιστώσα θορύβου. Η σύγκριση των επιδόσεων της σύμφωνης φώρασης με και χωρίς θερμικό θόρυβο δείχνει ωστόσο ότι αποτελεί και μία σημαντική συνιστώσα θορύβου στην περίπτωση των ασύρματων συστημάτων.

7. Διάδοση της οπτικής δέσμης

Μέχρι τώρα έχουμε αγνοήσει τελείως το πώς μεταφέρεται η ισχύς από τον πομπό στον δέκτη του συστήματος και ασχοληθήκαμε μόνο με τις επιδόσεις του συστήματος δεδομένης της ισχύος λήψης του σήματος P_R . Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε τη διάδοση του σήματος από τον πομπό στο δέκτη με απώτερο στόχο α) τον υπολογισμό της ισχύος λήψης δεδομένης της ισχύος εκπομπής του δέκτη και των λοιπών χαρακτηριστικών του και β) τη μελέτη της φάσης του κύματος όταν αυτή φτάνει στο δέκτη ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο χρειάζεται διόρθωση της για να πραγματοποιηθεί σωστή μίξη με το πεδίο του τοπικού ταλαντωτή.

7.1 Η paraxial προσέγγιση

Ο γενικότερος τρόπος για να αναλυθούν οι ιδιότητες της οπτικής δέσμης από τον πομπό στον δέκτη είναι να επιλυθούν οι εξισώσεις Maxwell στον ελεύθερο χώρο. Ισοδύναμα μπορεί κανείς να επιλύσει την κυματική εξίσωση στο πεδίο των συχνοτήτων [5],

$$\nabla^2 \mathbf{u} + k^2 \mathbf{u} = 0 \quad (61)$$

όπου

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (62)$$

σύμφωνα και με τους ορισμούς της προηγούμενης ενότητας, $\mathbf{u}(x,y,z)$ είναι το οπτικό πεδίο ενώ $k=|\mathbf{k}|=\omega_R/c$ είναι το κυματάνυσμα του κύματος στον ελεύθερο χώρο. Η εξίσωση (61) ισχύει και για τις τρεις συνιστώσες του πεδίου, επομένως αν υποθέσουμε ότι το κύμα είναι γραμμικά πολωμένο προς μία σταθερή διεύθυνση, δηλαδή $\mathbf{u}=\mathbf{u}\mathbf{p}$ όπου το \mathbf{p} είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα τότε έπεται ότι

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (63)$$

Στην περίπτωση ενός επίπεδου κύματος το οποίο διαδίδεται προς τον άξονα του $+z$, θα έχουμε $u=A\exp(jkz)$ όπου το A είναι το πλάτος του κύματος. Για μία δέσμη η οποία διαδίδεται προς την ίδια διεύθυνση μπορούμε να θέσουμε

$$u = u_0(x, y, z) \exp(jkz) \quad (64)$$

οπότε θα έχουμε,

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} + 2jk \frac{\partial u_0}{\partial z} = 0 \quad (65)$$

Αν τα χαρακτηριστικά της δέσμης αλλάζουν σχετικά αργά (δηλαδή οι χωρικές μεταβολές λαμβάνουν χώρα σε αποστάσεις σχετικά πολύ μεγαλύτερες του μήκους κύματος), τότε μπορούμε να αγνοήσουμε $\partial^2 u_0 / \partial z^2$ σε σχέση με τον τελευταίο όρο της εξίσωσης (65), οπότε

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + 2jk \frac{\partial u_0}{\partial z} = 0 \quad (66)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι η paraxial προσέγγιση της κυματικής εξίσωσης [6] και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναλύσουμε τη διάδοση της δέσμης του laser του εκπομπού. Αν χρησιμοποιήσουμε το δισδιάστατο μετασχηματισμό Fourier,

$$U_0(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy u_0(x, y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} \quad (67)$$

$$u_0(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y U_0(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (68)$$

τότε στο πεδίο των χωρικών συχνοτήτων έχουμε:

$$\frac{\partial U_0}{\partial z} = j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} U_0 \quad (69)$$

Η λύση της (69) στο πεδίο των συχνοτήτων,

$$U_0(k_x, k_y, z) = U_0(k_x, k_y, 0) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} z\right) \quad (70)$$

ενώ στο πεδίο του χώρου γίνεται:

$$u_0(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y U_0(k_x, k_y, 0) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} z\right) \exp(-jk_x x - jk_y y) \quad (71)$$

7.2 Gaussian Δέσμες

Αν υποθέσουμε ότι στο επίπεδο $z=0$ η δέσμη έχει Gaussian μορφή,

$$u_0(x, y, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2} - \frac{y^2}{w_y^2}\right) \quad (72)$$

τότε ο δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier στο ίδιο επίπεδο θα είναι

$$U_0(k_x, k_y, 0) = 2\pi w_x w_y A \exp\left(-\frac{w_x^2 k_x^2}{4} - \frac{w_y^2 k_y^2}{4}\right) \quad (73)$$

ενώ η (71) θα γραφτεί ως εξής [7]:

$$u_0(x, y, z) = \frac{w_x w_y}{2\pi} A \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \exp\left(-\left[\frac{w_x^2}{4} + j \frac{z}{2k}\right] k_x^2 - jk_x x\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \exp\left(-\left[\frac{w_y^2}{4} + j \frac{z}{2k}\right] k_y^2 - jk_y y\right) \quad (74)$$

Τα παραπάνω ολοκληρώματα μπορούν να υπολογιστούν σε κλειστή μορφή. Αν ορίσουμε τις παραμέτρους

$$\xi_x = \frac{w_x^2}{4} + j \frac{z}{2k} \quad (75)$$

$$\xi_y = \frac{w_y^2}{4} + j \frac{z}{2k} \quad (76)$$

τότε:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \exp(-\xi_x k_x^2 - jk_x x) = \sqrt{\frac{\pi}{\xi_x}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\xi_x}\right) \quad (77)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \exp(-\xi_y k_y^2 - jk_y y) = \sqrt{\frac{\pi}{\xi_y}} \exp\left(-\frac{y^2}{4\xi_y}\right) \quad (78)$$

και αντικαθιστώντας στην (74) θα έχουμε:

$$u_0(x, y, z) = A \sqrt{\frac{w_x w_y}{w_x(z) w_y(z)}} \exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2(z)} - \frac{y^2}{w_y^2(z)} - jk \left[\frac{x^2}{2R_x(z)} + \frac{y^2}{2R_y(z)}\right] + j\phi(z)\right) \quad (79)$$

όπου έχουμε ορίσει τις παραμέτρους:

$$w_x^2(z) = w_x^2 + \left[\frac{z}{2kw_x}\right]^2 = w_x^2 \left\{1 + \left[\frac{z}{z_{Rx}}\right]^2\right\} \quad (80)$$

$$w_y^2(z) = w_y^2 + \left[\frac{z}{2kw_y} \right]^2 = w_y^2 \left\{ 1 + \left[\frac{z}{z_{Ry}} \right]^2 \right\} \quad (81)$$

$$R_x(z) = z \left\{ 1 + \left(\frac{z_{Rx}}{z} \right)^2 \right\} \quad (82)$$

$$R_y(z) = z \left\{ 1 + \left(\frac{z_{Ry}}{z} \right)^2 \right\} \quad (83)$$

$$\phi(z) = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{z}{z_{Rx}} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{z}{z_{Ry}} \right) \quad (84)$$

Οι παράμετροι z_{Rx} και z_{Ry} είναι τα μήκη Rayleigh και δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$z_{Rx} = \frac{\pi w_x^2}{\lambda} \quad (85)$$

$$z_{Ry} = \frac{\pi w_y^2}{\lambda} \quad (86)$$

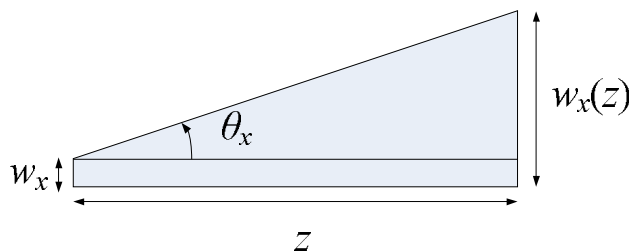
Τα μεγέθη $w_x(z)$ και $w_y(z)$ είναι τα μισά εύρη $1/e^2$ της ακτίνας. Μπορούμε πολύ εύκολα να δείξουμε ότι η πυκνότητα ισχύος $|u|^2$ πέφτει στο $1/e^2$ ($\cong 0.14\%$) της μέγιστης τιμής της όταν $x=\pm w_x(z)$ και $y=0$ ή όταν $x=0$ και $y=\pm w_y(z)$. Αυτό σημαίνει ότι ένα πολύ μεγάλο μέρος της πυκνότητας ισχύος περιλαμβάνεται εντός της περιοχής $[-w_x(z), w_x(z)] \times [-w_y(z), w_y(z)]$.

Στην περίπτωση όπου η δέσμη είναι συμμετρική αρχικά, δηλαδή $w_x=w_y$, τότε παραμένει συμμετρική, $w(z)=w_x(z)=w_y(z)$. Οι παράμετροι R_x και R_y ονομάζονται ακτίνες καμπυλότητας της δέσμης και περιγράφουν τη χωρική μεταβολή της φάσης ως προς τις συντεταγμένες x και y . Είναι φανερό ότι για συμμετρικές δέσμες θα έχουμε $R(z)=R_x(z)=R_y(z)$.

Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογίσουν τα χαρακτηριστικά των ακτινών των laser που φτάνουν στο δέκτη. Μία επιπλέον σημαντική παράμετρος στις Gaussian δέσμες είναι η απόκλιση (divergence) η οποία καθορίζει το πόσο «ανοίγει» η δέσμη. Αν θεωρήσουμε ότι μετράμε το άνοιγμα της δέσμης στο σημείο όπου η έντασης $|u|^2$ της έχει πέσει στο $1/e^2$ τότε σε απόσταση πολύ μεγαλύτερο από το μήκος Rayleigh θα έχουμε,

$$w_x(z) \cong w_x \frac{z}{z_R} = \frac{z\lambda}{\pi w_x} \quad (87)$$

$$w_y(z) \cong w_y \frac{z}{z_R} = \frac{z\lambda}{\pi w_y} \quad (88)$$



Σχήμα 10: Υπολογισμός της απόκλισης για μία Gaussian δέσμη

οπότε σύμφωνα και με το Σχήμα 10, οι αποκλίσεις θ_x και θ_y , προς την κατεύθυνση x και y υπολογίζονται προσεγγιστικά από τη σχέση:

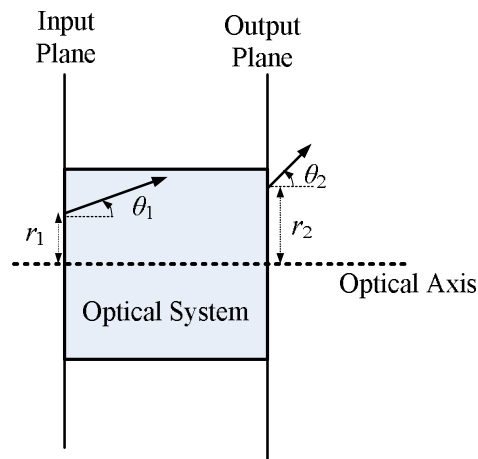
$$\tan \theta_x \cong \frac{w_x(z)}{z} \cong \frac{\lambda}{\pi w_x} \quad (89)$$

$$\tan \theta_y \cong \frac{w_y(z)}{z} \cong \frac{\lambda}{\pi w_y} \quad (90)$$

Για παράδειγμα, αν η δέσμη που εκπέμπει ένα laser που στα $\lambda=780\text{nm}$ έχει αποκλίσεις $\theta_x=30^\circ$ και $\theta_y=15^\circ$ τότε έπεται ότι η ακτίνα έχει αρχικό εύρος $w_x \cong 430\text{nm}$ και $w_y \cong 930\text{nm}$ οπότε η ενεργός περιοχή του laser θα έχει περίπου διπλάσιες διαστάσεις, δηλαδή $860\text{nm} \times 1860\text{nm}$. Στην πράξη μπορούν να χρησιμοποιηθούν ειδικά οπτικά στοιχεία (π.χ. αναμορφικά πρίσματα) τα οποία μπορούν να μετατρέψουν μία οπτική δέσμη που δεν είναι συμμετρική ($w_x \neq w_y$) σε συμμετρική ($w_x = w_y$) μεγεθύνοντας την δέσμη στην μία διεύθυνση.

7.3 Gaussian δέσμες μέσα από συστήματα φακών

Οι δέσμες των laser μπορούν να προσαρμοστούν με κατάλληλα συστήματα φακών ώστε να αποκτήσουν τα επιθυμητά χαρακτηριστικά. Όπως είδαμε και παραπάνω, οι Gaussian δέσμες χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις οπτικές δέσμες των laser και η επίδραση των διάφορων φακών σε αυτές αναλύεται με την βοήθεια των πινάκων ABCD [8] που θα παρουσιάσουμε στην παρούσα ενότητα.



Σχήμα 11: Μία οπτική ακτίνα η οποία διασχίζει ένα οπτικό σύστημα

Οι πίνακες ABCD χρησιμοποιούνται στην γεωμετρική οπτική για να περιγράψουν την επίδραση διάφορων οπτικών στοιχείων (φακοί, επιφάνειες ανάκλασης, κτλ) σε μία οπτική ακτίνα. Αν θεωρήσουμε δύο επίπεδα αναφοράς, ένα επίπεδο εισόδου και ένα επίπεδο εξόδου όπως δείχνει το Σχήμα 11. Σε σχέση με έναν οπτικό άξονα αναφοράς, η ακτίνα στην είσοδο απέχει απόσταση r_1 και σχηματίζει γωνία θ_1 ενώ στην έξοδο απέχει απόσταση r_2 και σχηματίζει γωνία θ_2 . Ο πίνακας ABCD του συστήματος συνδέει τα χαρακτηριστικά εισόδου και εξόδου του συστήματος βάσει της σχέσης,

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (91)$$

όπου τα στοιχεία A , B , C και D καθορίζονται από την φύση του συστήματος. Για παράδειγμα στην περίπτωση του ελεύθερου χώρου με μήκος d ο πίνακας ABCD έχει την μορφή,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (92)$$

ενώ στην περίπτωση ενός λεπτού φακού με εστιακή απόσταση f_L , ο πίνακας έχει τη μορφή,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_L & 1 \end{bmatrix} \quad (93)$$

Όταν στην ακτίνα επιδρούν παραπάνω από ένα σύστημα σε σειρά, τότε ο συνολικός πίνακας προκύπτει από το γινόμενο των επιμέρους πινάκων των στοιχείων.

Παρά το γεγονός ότι η θεωρία των πινάκων ABCD προέκυψε από την γεωμετρική οπτική, εντούτοις μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της επίδρασης των διαφόρων οπτικών στοιχείων στα χαρακτηριστικά μίας Gaussian δέσμης. Στην περίπτωση αυτή ορίζουμε την μιγαδική παράμετρο q_1 της δέσμης στην είσοδο ως εξής:

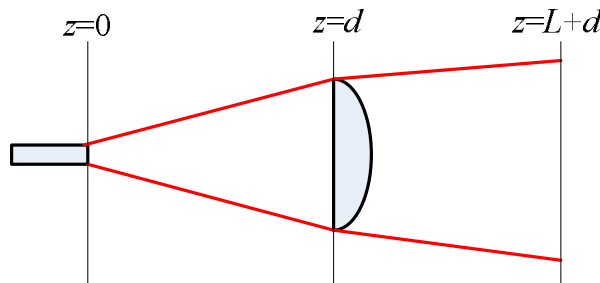
$$\frac{1}{q_1} = -j \frac{\lambda}{\pi w_1^2} + \frac{1}{R_1} \quad (94)$$

όπου w_1 είναι το $1/e^2$ εύρος της δέσμης και R_1 είναι η ακτίνα καμπυλότητας της δέσμης στην είσοδο. Με τον ίδιο τρόπο αν w_2 είναι το $1/e^2$ εύρος της δέσμης και R_2 είναι η ακτίνα καμπυλότητας της δέσμης στην έξοδο και ορίσουμε την μιγαδική παράμετρο q_2 στην έξοδο ως

$$\frac{1}{q_2} = -j \frac{\lambda}{\pi w_2^2} + \frac{1}{R_2} \quad (95)$$

τότε μπορούμε να δείξουμε ότι,

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (96)$$



Σχήμα 12: Μία οπτική δέσμη η οποία προσπίπτει σε έναν φακό

7.4 Οπτικά στοιχεία του πομπού

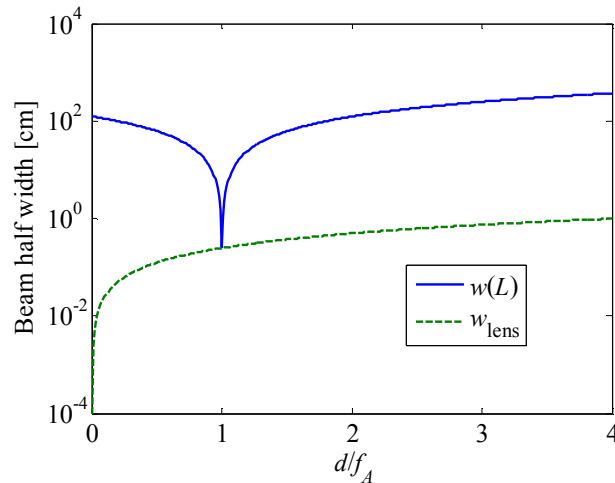
Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παραπάνω σχέσεις για να σχεδιάσουμε τα οπτικά στοιχεία του πομπού έτσι ώστε να παρέχεται η καλύτερη δυνατή κάλυψη σε ένα συγκεκριμένο χώρο όπως δείχνει και το Σχήμα 1. Το laser του πομπού παράγει μία συμμετρική δέσμη με δεδομένη απόκλιση η οποία καθορίζεται από το αρχικό εύρος της δέσμης. Στη συνέχεια όπως δείχνει και το Σχήμα 12 η δέσμη περνάει από έναν φακό με εστιακή απόσταση f_A και διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο σε απόσταση L . Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την επίδραση της εστιακής απόστασης και της απόστασης μεταξύ της πηγής και του φακού στα χαρακτηριστικά της δέσμης.

Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι μία συμμετρική δέσμη με αρχικό εύρος $w_0=1\mu\text{m}$ στο $z=0$ και μήκος κύματος $\lambda=780\text{nm}$. Ας υποθέσουμε επίσης πως ο φακός έχει εστιακή απόσταση $f_A=10\text{mm}$ και πως η απόσταση διάδοσης μετά τον φακό είναι $L=5\text{m}$. Ο συνολικός ABCD πίνακας \mathbf{M} του συστήματος στο Σχήμα 12 είναι:

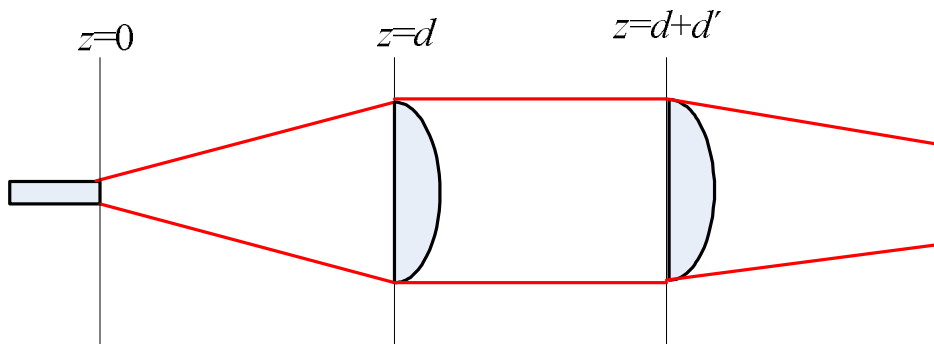
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (97)$$

ενώ ο πίνακας ABCD του συστήματος από το laser μέχρι τον φακό είναι

$$\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (98)$$



Σχήμα 13: Τα εύρη της δέσμης αμέσως μετά τον φακό και σε απόσταση L μετά τον φακό.



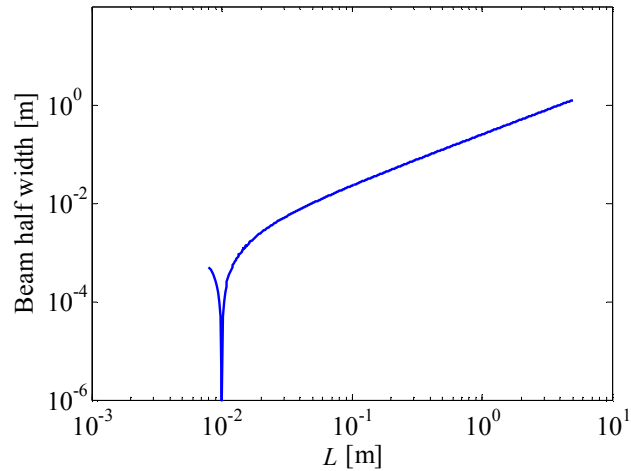
Σχήμα 14: Ένα σύστημα με δύο φακούς.

Στο Σχήμα 13 δείχνουμε τα εύρη w_{lens} και $w(L)$ της δέσμης αμέσως μετά τον φακό καθώς και σε απόσταση L από τον φακό αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι ανάλογα με την απόσταση d που χωρίζει το φακό με την πηγή μπορούμε να πετύχουμε διάφορα εύρη που κυμαίνονται από 25cm έως 370cm. Επομένως καθίσταται φανερό ότι η μετακίνηση του φακού έχει ως αποτέλεσμα την ικανοποίηση διάφορων απαιτήσεων κάλυψης στο χώρο του δωματίου. Αν για παράδειγμα επιθυμούμε την κάλυψη ενός μεγάλου ποσοστού του δωματίου τότε μπορούμε να απομακρύνουμε τον φακό από την πηγή ή να τον φέρουμε αρκετά κοντά σε αυτή. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση όπου η πηγή απέχει απόσταση ίση με την εστιακή απόσταση του φακού, $d/f_A=1$. Στην περίπτωση αυτή από το Σχήμα 13 προκύπτει ότι $w_{\text{lens}}=w(L)$ που σημαίνει ότι η δέσμη μετά τον φακό δεν διευρύνεται και είναι παράλληλη κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο βάσει και της γεωμετρικής οπτικής. Πρόκειται για συνθήκες οι οποίες είναι ιδιαίτερα χρήσιμες σε επικοινωνίες μεγάλων αποστάσεων, ωστόσο σε σενάρια εσωτερικού χώρου συνεπάγονται ανάγκη προσεχτικής ευθυγράμμισης του πομπού με τον δέκτη λόγω της μειωμένης κάλυψης.

Το εύρος w_{lens} και η απόσταση d καθορίζουν και τις διαστάσεις του οπτικού συστήματος που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να ικανοποιήσουμε τις εκάστοτε συνθήκες κάλυψης. Αν τοποθετήσουμε για παράδειγμα το φακό σε απόσταση $d=4f_A=40\text{mm}$ τότε η ελάχιστη διάμετρος του θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από $2w_{\text{lens}}\cong 2\text{cm}$ και επομένως το οπτικό σύστημα μπορεί να έχει σχετικά μικρές διαστάσεις.

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να μελετήσουμε και συστήματα με περισσότερους φακούς όπως για παράδειγμα αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 14 όπου ο πρώτος φακός παραλληλοποιεί την δέσμη και ο δεύτερος που βρίσκεται σε απόσταση d' την εστιάζει. Υποθέτουμε ότι οι δύο φακοί έχουν την ίδια εστιακή απόσταση $f_A=10\text{mm}$ και $d=f_A$ έτσι ώστε η δέσμη που προκύπτει από τον πρώτο φακό να είναι παράλληλη. Υποθέτουμε τα ίδια χαρακτηριστικά αρχικής δέσμης με την προηγούμενη περίπτωση. Στο Σχήμα 15 δείχνουμε το εύρος της δέσμης σε συνάρτηση με την απόσταση L από τον δεύτερο φακό. Όπως είναι αναμενόμενο για απόσταση ίση με την κοινή εστιακή απόσταση ($L=f_A=10\text{mm}$) η δέσμη ανακάτ το αρχικό

της εύρος (εστιάζεται). Για $L < f_A$ η δέσμη έχει μεγαλύτερο εύρος από το αρχικό το οποίο φθίνει με το L ενώ για $L > f_A$ το εύρος αυξάνει με το L .

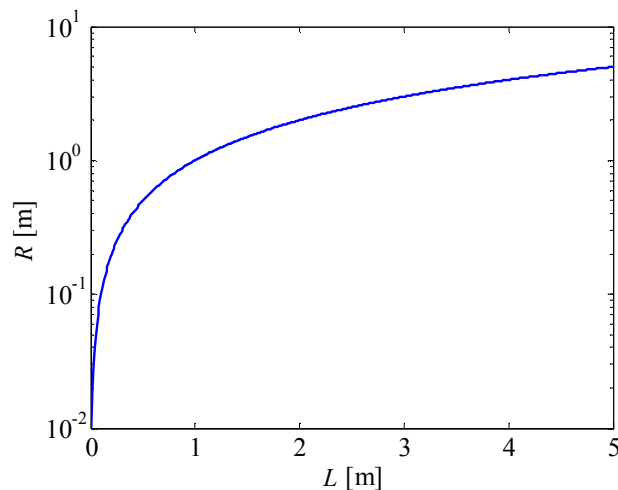


Σχήμα 15: Το εύρος της δέσμης σε συνάρτηση με την απόσταση από τον δεύτερο φακό για το σύστημα στο Σχήμα 15

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι εν λόγω εκφράσεις έχουν προκύψει από την paraxial προσέγγιση που είδαμε σε προηγούμενη ενότητα. Για δέσμες με μεγάλη απόκλιση τα αποτελέσματα μπορεί να μην είναι ακριβή και θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν πιο εξελιγμένες μέθοδοι διάδοσης για την ακριβή μελέτη των ιδιοτήτων της δέσμης.

7.5 Χωρική μεταβολή της φάσης του κύματος

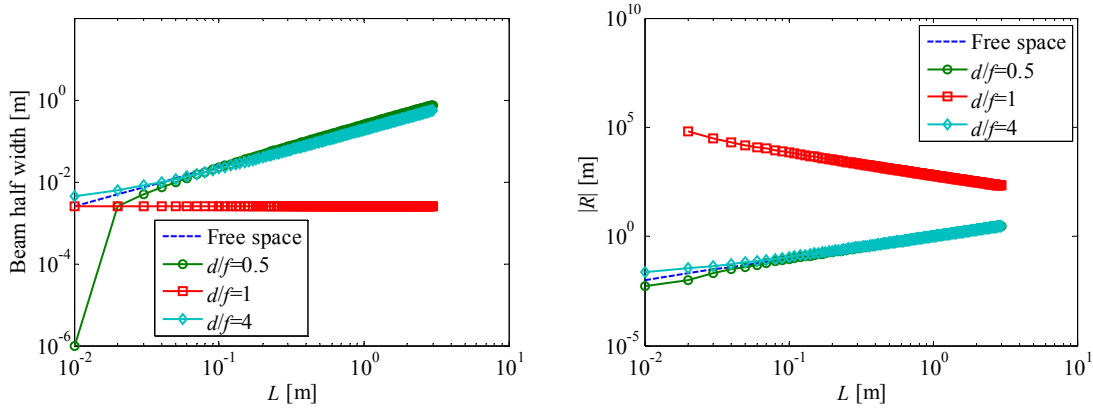
Τα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μελετήσουμε την μεταβολή της φάσης του κύματος η οποία όπως είδαμε και σε προηγούμενη ενότητα έχει ιδιαίτερη σημασία στον υπολογισμό του φωτορεύματος που παράγεται εξαιτίας της μίξης με τον τοπικό ταλαντωτή όπως δείχνει και η (28).



Σχήμα 16: Η παράμετρος R στην περίπτωση του ελεύθερου χώρου, όπως καθορίζεται από την (82)

Στο Σχήμα 16 έχουμε παραστήσει γραφικά την μεταβολή της παραμέτρου R για μία συμμετρική Gaussian δέσμη με αρχικό εύρος $w_0=1\mu\text{m}$ και μήκος κύματος $\lambda=780\text{nm}$ καθώς αυτή διαδίδεται σε απόσταση L όπως αυτή καθορίζεται από την (82). Παρατηρούμε πως όσο αυξάνει η απόσταση διάδοσης το R τελικά αποκτάει μία γραμμική εξάρτηση με την απόσταση διάδοσης L για $L \gg z_R = \pi w_0^2 / \lambda \cong 4\mu\text{m}$. Αυτό προκύπτει και από την (82) από την συνάγουμε ότι για $L \gg z_R$ θα έχουμε $R(L) \cong L$.

Στη συνέχεια θα αναλύσουμε τη μεταβολή της παραμέτρου R σε συνάρτηση με το L στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ένας φακός στον πομπό όπως στο Σχήμα 12. Στο Σχήμα 17(α) και στο Σχήμα 17(β) έχουμε παραστήσει γραφικά την μεταβολή του εύρους της δέσμης και της παραμέτρου R σε συνάρτηση με την απόσταση L για την περίπτωση όπου $d/f_A = 1/2$, $d/f_A = 1$ και $d/f_A = 4$. Παρατηρούμε ότι εκτός από την περίπτωση όπου $d/f=1$ οπότε η δέσμη παραλληλοποιείται, η εξέλιξη της παραμέτρου R είναι παρόμοια με την περίπτωση του ελεύθερου χώρου. Αυτό σημαίνει ότι ο φακός δεν έχει καμία επίπτωση στη χωρική μεταβολή της φάσης στο μακρινό πεδίο (δηλαδή όταν $z \gg z_R$).

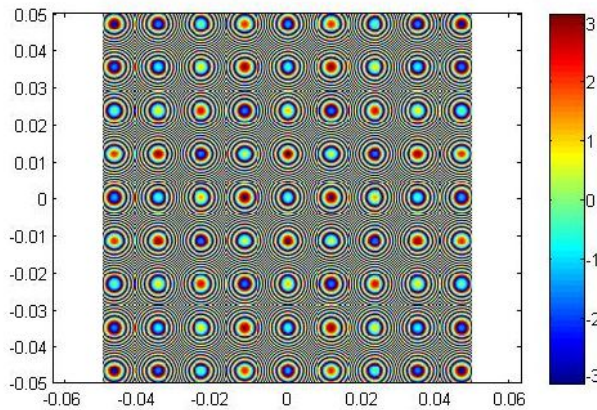


Σχήμα 17: (α) το εύρος της δέσμης και (β) η παράμετρος R στην περίπτωση του συστήματος ενός φακού.

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε απεικονίσει την μεταβολή της φάσης σε μία επιφάνεια $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ που προκύπτει από την διάδοση της δέσμης σε απόσταση 5m και προκύπτει από την φάση της Gaussian δέσμης όπως αυτή δίνεται από την (79). Πρόκειται στην ουσία για τη φάση του όρου:

$$\exp\left(-jk\left[\frac{x^2}{2R_x(z)} + \frac{y^2}{2R_y(z)}\right]\right) \cong \exp\left(-jk\frac{x^2 + y^2}{2L}\right) \quad (99)$$

εκφρασμένη στο διάστημα $[-\pi, \pi]$. Παρατηρούμε ότι η φάση παρουσιάζει έντονες διακυμάνσεις κατά μήκος της επιφάνειας κάτι που θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν στο σχεδιασμό του συστήματος.



Σχήμα 18: Μεταβολή της φάσης σε μία επιφάνεια $10\text{cm} \times 10\text{cm}$.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η μεταβολή της φάσης όπως καθορίζεται από την (99) δεν εξαρτάται από το αρχικό εύρος της δέσμης αλλά από το μήκος κύματος (μέσω της σταθεράς διάδοσης k) και από την απόσταση διάδοσης L . Μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση r_p από το κέντρο της δέσμης όπου η φάση αλλάζει από 0 σε $\varphi_{\max} = \pi/2$,

$$r_p = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda L} \quad (100)$$

Στην περίπτωση που αναλύουμε υπολογίζουμε $r_p=1.4\text{mm}$ κάτι που επιβεβαιώνει την έντονη μεταβολή της φάσης πάνω στην επιφάνεια λήψης.

7.6 Διάδοση μη Gaussian δεσμών

Αν και οι δέσμες του πομπού μπορούν να περιγραφούν από μία Gaussian δέσμη έχει ενδιαφέρον να αναλύσουμε την γενικότερη θεωρία που επιτρέπει τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών της δέσμης σε μεγάλη απόσταση από τον πομπό (μακρινό πεδίο). Σε απόσταση L από τον πομπό θα έχουμε

$$U_0(k_x, k_y, L) = U_0(k_x, k_y, 0) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} L\right) \quad (101)$$

Σύμφωνα με την (101), η διάδοση στον ελεύθερο χώρο μπορεί να περιγραφεί με τον πολλαπλασιασμό του χωρικού φάσματος της δέσμης μετά το φακό επί μία συνάρτηση που μεταβάλλει τη φάση του κύματος,

$$H(k_x, k_y) = \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} L\right) \quad (102)$$

Η (102) στην ουσία περιγράφει τη συνάρτηση μεταφοράς του ελεύθερου χώρου. Στο πεδίο του χώρου η (101) περιγράφεται με μία συνέλιξη βάσει της κρουστικής απόκρισης $h(x,y)$ που είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της (102). Χρησιμοποιώντας τους πίνακες του μετασχηματισμού Fourier βρίσκουμε ότι

$$h(x, y) = \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) \quad (103)$$

οπότε στο πεδίο του χώρου θα έχουμε ,

$$u_0(x, y, L) = \frac{j}{\lambda L} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' u_L(x', y') \exp\left(-jk \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2L}\right) \quad (104)$$

Θα πρέπει να τονιστεί ότι στην (104) θα πρέπει να προσθέσουμε και έναν παράγοντα $\exp(jkL)$ για να υπολογίσουμε το τελικό οπτικό πεδίο σύμφωνα με την (64).

Μπορούμε να απλοποιήσουμε την (104) στην περίπτωση όπου θεωρήσουμε ότι η απόσταση L είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε

$$k \frac{x'^2 + y'^2}{2L} \ll 1 \quad (105)$$

τότε μπορούμε να γράψουμε [9]:

$$u_0(x, y, L) \cong \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' u_0(x', y', 0) \exp\left(jk \frac{xx'^2 + yy'^2}{L}\right) \quad (106)$$

ή διαφορετικά,

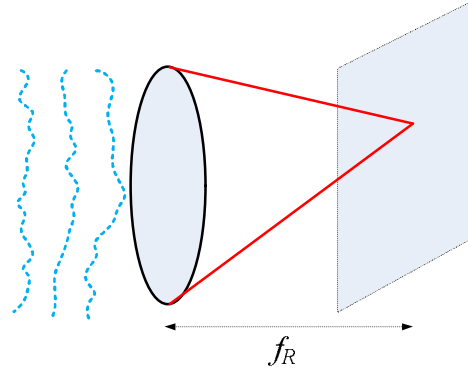
$$u_0(x, y, L) \cong \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) U_0\left(\frac{xk}{L}, \frac{yk}{L}, 0\right) = \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) U_0\left(2\pi \frac{x}{\lambda L}, 2\pi \frac{y}{\lambda L}, 0\right) \quad (107)$$

Σύμφωνα με την (107) το πεδίο σε απόσταση L καθορίζεται από τον μετασχηματισμό Fourier της εισόδου επί έναν παράγοντα φάσης παρόμοιο με τον (99) ο οποίος δεν εξαρτάται από την αρχική μορφή της δέσμης.

7.7 Οπτικά Στοιχεία του Δέκτη

Ανάλογα με την εφαρμογή μπορεί να χρησιμοποιήσουμε ένα οπτικό σύστημα στο δέκτη με σκοπό να εστιάσουμε την οπτική δέσμη πάνω σε μία μικρότερη επιφάνεια (π.χ. φωτοδέκτης). Το πιο απλό σύστημα που έχει αυτή την ιδιότητα είναι φυσικά ένας φακός. Η προηγούμενη θεωρία που εξηγούσε την επίδραση ενός φακού σε μία Gaussian οπτική δέσμη για τον πομπό δεν μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση του

δέκτη επειδή στον φακό προσπίπτει ένα μέρος της μόνο. Επομένως χρειαζόμαστε μία πιο γενική θεωρία η οποία να περιγράψει την επίδραση ενός φακού σε μία ακτίνα η οποία δεν είναι κατ' ανάγκην Gaussian.



Σχήμα 19: Ο φακός του δέκτη

Στο Σχήμα 19 παρουσιάζουμε το σύστημα υπό διερεύνηση. Μία οπτική δέσμη $u_R(x,y)$ προσπίπτει στο φακό και σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε το πεδίο $u_F(x,y)$ σε ένα επίπεδο που απέχει απόσταση ίση με f_R από το φακό. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε το γεγονός ότι το προσπίπτον πεδίο είναι μία υπέρθεση από επίπεδα κύματα της μορφής $U_R(k_x, k_y) \exp(j(k_x x + k_y y))$ αφού σύμφωνα και με την (67) θα έχουμε:

$$u_R(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y U_R(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} \quad (108)$$

Κάθε επίπεδο κύμα διαδίδεται σε απόσταση d πριν το φακό και επομένως προσπίπτει σε αυτόν με το πλάτος πολλαπλασιασμένο με τον παράγοντα $H(k_x, k_y)$ που δίνεται στην (102), δηλαδή

$$U_R(k_x, k_y) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} L\right) \exp(-jk_x x - jk_y y) \quad (109)$$

Στη συνέχεια το κύμα προσπίπτει στο φακό και υπόκειται σε μεταβολή φάσης σύμφωνα με τη χαρακτηριστική συνάρτηση του φακού, $\exp(jk(x^2 + y^2)/2f)$ οπότε το τελικό κύμα γράφεται ως εξής:

$$U_R(k_x, k_y) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} L\right) \exp\left(j \frac{x^2 + y^2}{2f_R} k\right) \exp(-jk_x x - jk_y y) \quad (110)$$

Δεδομένου ότι

$$\frac{x^2}{2f_R} k + \frac{k_x^2}{2k} f_R - k_x x = \frac{k}{2f_R} \left(x - \frac{k_x f_R}{k}\right)^2 \quad (111)$$

μπορούμε να γράψουμε την (110) ως εξής:

$$U_R(k_x, k_y) \exp\left(j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} (L - f_R)\right) \exp\left(\frac{k}{2f_R} \left(x - \frac{k_x f_R}{k}\right)^2 + \frac{k}{2f_R} \left(y - \frac{k_y f_R}{k}\right)^2\right) \quad (112)$$

αν ορίσουμε

$$x_1 = x - \frac{k_x f_R}{k}, \quad y_1 = y - \frac{k_y f_R}{k} \quad (113)$$

τότε η εξίσωση (112) θα γραφτεί:

$$U_R(k_x, k_y) \exp\left(-j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} (L - f_R)\right) \exp\left(\frac{k}{2f_R} \left\{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2\right\}\right) \quad (114)$$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το κύμα διαδίδεται σε απόσταση f_R από το φακό. Τότε σύμφωνα με την (104), το τελικό κύμα θα δίνεται από την σχέση:

$$u_F(x, y) = \exp\left(-j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} (L - f_R)\right) U_R(k_x, k_y) \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \exp\left(\frac{k}{2f_R} \left\{ (x' - x_1)^2 + (y' - y_1)^2 - (x' - x)^2 - (y' - y)^2 \right\}\right) \quad (115)$$

Το διπλό ολοκλήρωμα στην (115) γράφεται και ως:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \exp\left(\frac{k}{2f_R} \left\{ 2x'(x - x_1) - x^2 + x_1^2 + 2y'(y - y_1) - y^2 + y_1^2 \right\}\right) = \left[\frac{2\pi f_R}{k}\right]^2 \delta(x - x_1) \delta(y - y_1) \quad (116)$$

οπότε το κύμα που αντιστοιχεί στο επίπεδο κύμα σε απόσταση f_R από τον φακό έχει γίνει,

$$u_F(x, y) = \left[\frac{2\pi k}{f_R}\right]^2 U_R(k_x, k_y) \exp\left(-j \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} (L - f_R)\right) \delta\left(x - \frac{k_x f_R}{k}\right) \delta\left(y - \frac{k_y f_R}{k}\right) \quad (117)$$

Στην περίπτωση όπου το κύμα δεν είναι επίπεδο θα πρέπει να ολοκληρώσουμε ως προς k_x και k_y οπότε από τις ιδιότητες των συναρτήσεων δ θα βρούμε [9],

$$u_F(x, y) = \frac{j}{\lambda f_R} \exp\left(j\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda f_R^2} (d - f_R)\right) U_R\left(2\pi \frac{x}{\lambda f_R}, 2\pi \frac{y}{\lambda f_R}\right) \quad (118)$$

Για να υπολογίσουμε τη συνολική φάση του πεδίου θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε με έναν παράγοντα το $\exp(-jk(d+f))$. Σύμφωνα με την (118) στο επίπεδο που απέχει απόσταση ίση με την εστιακή απόσταση του φακού, το οπτικό πεδίο συνδέεται άμεσα με τον μετασχηματισμό Fourier του αρχικού πεδίου,

$$U_R(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy u_R(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} \quad (119)$$

Η (118) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ερμηνεύσει τον τρόπο με τον οποίο ο φακός εστιάζει την προσπίπτουσα σε αυτόν οπτική δέσμη. Ας υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε την προσπίπτουσα ακτινοβολία $u_R(x, y)$ ακριβώς πριν τον φακό ($d=0$). Το φάσμα U_R θα καθορίζεται ανάλογα με το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται το πεδίο $u_R(x, y)$. Για παράδειγμα το μήκος στο οποίο η φάση του κύματος μεταβάλλεται καθορίζεται από το μήκος r_p τότε περιμένουμε ότι το φάσμα του πεδίου θα εκτείνεται στις χωρικές συχνότητες της τάξης του $1/r_p$. Επομένως το πεδίο $u_F(x, y)$ θα εκτείνεται σε μία περιοχή του χώρου η οποία θα έχει διαστάσεις $x/(\lambda f_R) \sim 1/r_p$ δηλαδή $x \sim (\lambda f_R)/r_p$.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τον τρόπο με τον οποίο εστιάζει ο φακός ας θεωρήσουμε το μονοδιάστατο ανάλογο του προβλήματος. Ας θεωρήσουμε ένα Gaussian μονοδιάστατο πεδίο $u_R(x) = \exp(-(a+j\beta)x^2)$ όπου ο παράγοντας $a=1/w^2$ καθορίζει το εύρος του ενώ ο παράγοντας $\beta=k/L$ το ρυθμό μεταβολής της φάσης του κύματος. Ο μετασχηματισμός Fourier του πεδίου αυτού είναι,

$$U_R(k_x) = \sqrt{\frac{\pi(\alpha - j\beta)}{a^2 + \beta^2}} \exp\left(-\frac{k_x^2 a}{4(a^2 + \beta^2)} + \frac{jk_x^2 \beta}{4(a^2 + \beta^2)}\right) \quad (120)$$

Παρατηρούμε επομένως ότι ο παράγοντας της φάσης β διευρύνει το φάσμα του κύματος εξαιτίας του παράγοντα $a^2 + \beta^2$ στον παρανομαστή του ορίσματος του εκθετικού.

Επομένως το φάσμα ενός κύματος διευρύνεται τόσο εξίσου από τη μεταβολή του πλάτους και τη μεταβολή της φάσης του. Στη συνέχεια θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι ο φακός έχει πεπερασμένη επιφάνεια και επομένως το πεδίο u_R πολλαπλασιάζεται με μία συνάρτηση $\theta((x-x_0)/r)$ όπου $\theta(x)=1$ για $|x| \leq 1/2$ όπου r το μήκος του φακού. Επομένως δεν πρέπει να υπολογίσουμε το μετασχηματισμό Fourier της u_R αλλά της $u_R(x)\theta(x/r)$. Είναι εύκολο να δούμε ότι ο μετασχηματισμός Fourier της $\theta(x)$ είναι απλά,

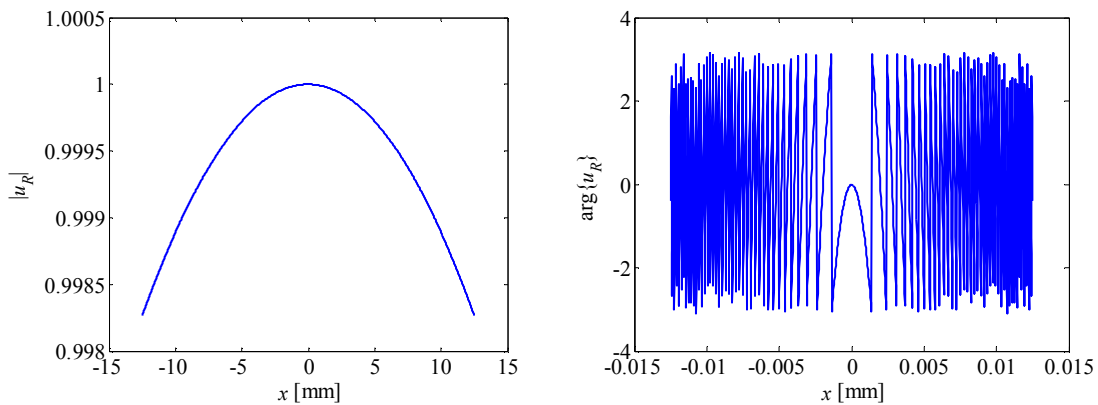
$$\Theta(k_x) = r \operatorname{sinc}\left(\frac{k_x r}{2\pi}\right) \quad (121)$$

οπότε ο μετασχηματισμός Fourier του $u_R(x)\theta(x)$ θα δίνεται από το συγκερασμό

$$\Theta(k_x) \otimes U_R(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp \Theta(k_x - p) U_R(p) \quad (122)$$

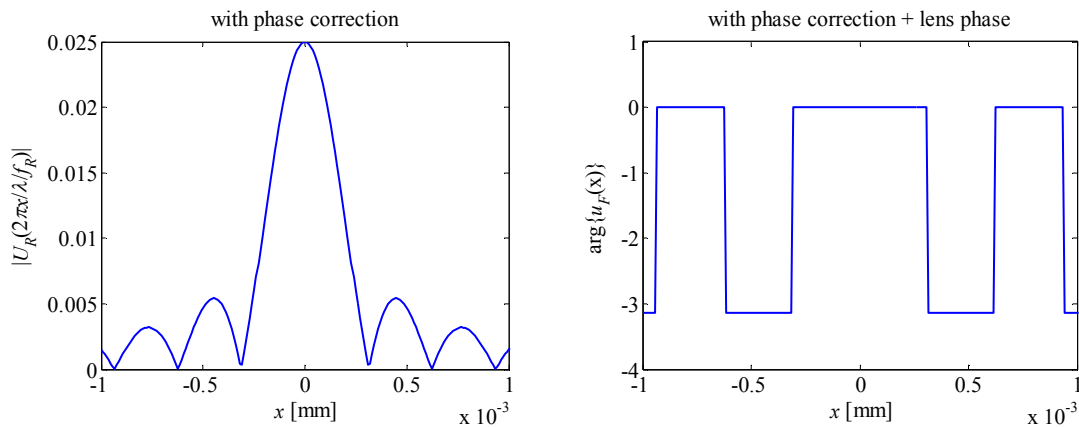
Αν υποθέσουμε ότι $\alpha \ll \beta$ τότε σύμφωνα με την (120) προκύπτει ότι η φάση του $U_R(k_x)$ μεταβάλλεται πολύ πιο γρήγορα από το πλάτος του ως $\cong (\lambda L) k_x^2 / (8\pi)$. Επίσης σύμφωνα με το Σχήμα 18 προκύπτει ότι η φάση του προσπίπτοντος σήματος μπορεί να μεταβάλλεται σημαντικά πάνω στην επιφάνεια ενός φακού αρκεί οι διαστάσεις του να ξεπερνούν τα μερικά cm, οπότε το φάσμα της (121) θα είναι σχετικά στενό σε σχέση με το φάσμα της (120). Ωστόσο ακόμα και στην περίπτωση όπου το προσπίπτον πεδίο είναι ένα επίπεδο κύμα, οπότε το φάσμα του είναι μία συνάρτηση $\delta(x)$ στο επίπεδο εστίασης θα παρατηρήσουμε ένα πεδίο που θα καθορίζεται από το φάσμα $\Theta(k_x)$. Στην ουσία πρόκειται για το όριο εξαιτίας της περίθλασης το οποίο στη δυσδιάστατη περίπτωση περιγράφεται από τον δίσκο του Airy και οφείλεται στις πεπερασμένες διαστάσεις του φακού.

Ας δούμε το πώς ο φακός εστιάζει τη δέσμη χρησιμοποιώντας τη μονοδιάστατη θεωρία. Στο Σχήμα 20 έχουμε παραστήσει γραφικά το πλάτος και τη φάση ενός οπτικού κύματος που περιγράφεται από μία Gaussian δέσμη με παραμέτρους $w=0.3\text{m}$ και $R=5\text{m}$. Πρόκειται δηλαδή για μία δέσμη η οποία έχει διαδοθεί στον ελεύθερο χώρο και η διάμετρος της είναι περίπου 0.6m ενώ η φάση της διέπεται από μία ακτίνα καμπυλότητας 5m οπότε σύμφωνα και με όσα είπαμε στην ενότητα 7.5 αντιστοιχεί στη διάδοση της δέσμης σε απόσταση 5m. Έχουμε παραστήσει γραφικά τη δέσμη στο διάστημα $[-1.25\text{cm} + 1.25\text{cm}]$ θεωρώντας ότι ο φακός έχει διαστάσεις 2.5cm.



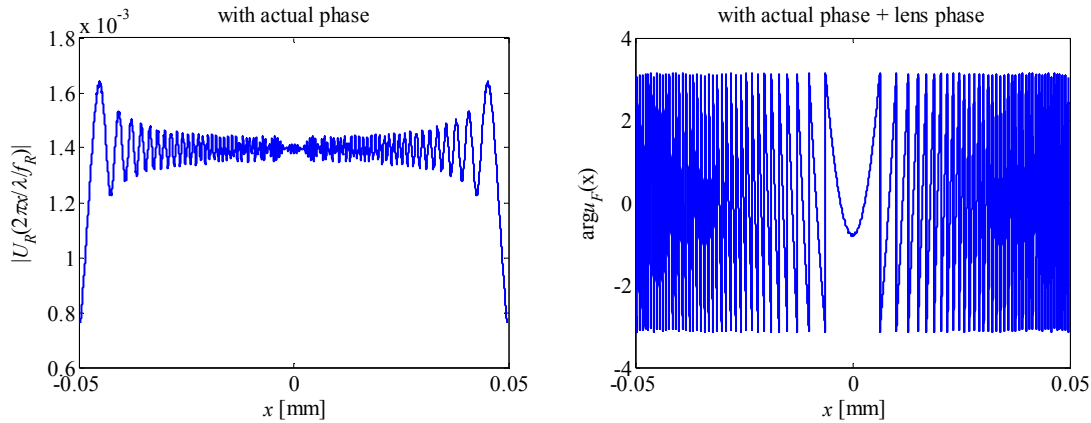
Σχήμα 20: Το αρχικό πεδίο που προσπίπτει στο φακό.

Στη συνέχεια θεωρούμε δύο περιπτώσεις για να μελετήσουμε την εστίαση του πεδίου από το φακό λήψης. Στην πρώτη περίπτωση αγνοούμε τη μεταβολή της φάσης του προσπίπτοντος κύματος ή ισοδύναμα θεωρούμε ότι η μεταβολή της φάσης έχει με κάποιον τρόπο διορθωθεί. Στην δεύτερη περίπτωση λαμβάνουμε υπόψη την πραγματική μεταβολή της φάσης του σήματος όπως αυτή περιγράφεται και στο Σχήμα 20.



Σχήμα 21: Το κύμα που προκύπτει στο επίπεδο εστίασης του φακού θεωρώντας διόρθωση της φάσης.

Στο Σχήμα 21 παρουσιάζουμε το κύμα που προκύπτει στο επίπεδο εστίασης του φακού θεωρώντας ότι έχουμε διορθώσει τη φάση του προσπίπτοντος πεδίου και ότι η εστιακή απόσταση του φακού είναι 1cm. Παρατηρούμε ότι το φως έχει εστιαστεί σε μία πολύ στενή περιοχή της τάξης του 1μm και πως σύμφωνα και με όσα ειπώθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο και δεδομένου ότι το πλάτος του πεδίου είναι σταθερό στο Σχήμα 20, παρουσιάζονται λοβοί οι οποίοι είναι σύμφωνοι με τη συνάρτηση $\Theta(k_x)$ και η οποία οφείλεται στις πεπερασμένες διαστάσεις του φακού. Επίσης παρατηρούμε ότι στον κεντρικό λοβό η φάση του κύματος είναι σταθερή και ίση με μηδέν. Αυτό οφείλεται αφενώς στην απουσία αρχικής φάσης και δευτερευόντως στο μικρό ρόλο που παίζει ο παράγοντας $\exp(-jk/Lx^2)$ που εισάγει ο φακός σε τόσο μικρές αποστάσεις.



Σχήμα 22: Το κύμα που προκύπτει στο επίπεδο εστίασης του φακού χωρίς να θεωρήσουμε διόρθωση της φάσης.

Στο Σχήμα 22 έχουμε παραστήσει γραφικά το πεδίο που προκύπτει σε απόσταση ίση με την εστιακή απόσταση του φακού, στην περίπτωση όπου δεν έχουμε θεωρήσει διόρθωση της φάσης του προσπίπτοντος κύματος. Στην περίπτωση αυτή το πεδίο δεν είναι τόσο καλά εστιασμένο και παράλληλα παρατηρείται και μία μεταβολή της φάσης η οποία οφείλεται κυρίως στην αρχική φάση του σήματος και δευτερευόντως στον παράγοντα $\exp(-jk/Lx^2)$ που εισάγει ο φακός.

Από τα παραπάνω δύο παραδείγματα κατανοούμε τη μεγάλη σημασία που έχει η διόρθωση φάσης για την σωστή εστίαση του κύματος. Στην περίπτωση της ύπαρξης οπτικής επαφής, η φάση μπορεί απλά να διορθωθεί με την μετακίνηση του φακού ώστε η δέσμη απλά να εστιάζει σε μία απόσταση λίγο διαφορετική από την εστιακή απόσταση του φακού. Στην περίπτωση όπου η φάση ωστόσο περιέχει και άλλες διακυμάνσεις θα πρέπει να διορθωθεί με τη χρήση ενός στοιχείου adaptive optics (προσαρμοσμένων οπτικών) το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο πριν ή μετά τον φακό. Αρκεί να σημειωθεί ότι πλέον τέτοια στοιχεία είναι εμπορικά διαθέσιμα με αρκετά μεγάλη ανάλυση (π.χ. 1920x1080) και σχετικά μικρή απόσταση pixel ($\sim 8\mu\text{m}$). Ωστόσο το κόστος των στοιχείων αυτών είναι ακόμα απαγορευτικό για τέτοιου είδους εφαρμογές.

8. Ισολογισμός Ισχύος

Ο ισολογισμός ισχύος στα ασύρματα οπτικά συστήματα είναι πολύ σημαντικό εργαλείο για τον αποδοτική σχεδιασμό του συστήματος. Παραδοσιακά στα ασύρματα οπτικά συστήματα, χρησιμοποιούνται εξισώσεις που περιγράφουν το διάγραμμα ακτινοβολίας του πομπού (π.χ. Lambertian διάγραμμα) για τον υπολογισμό της ισχύος P_R που φτάνει στο δέκτη δεδομένης της θέσης του δέκτη και του πομπού στο Σχήμα 1. Ωστόσο θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης η ισχύς P_R δεν είναι από μόνη της αρκετή για να υπολογιστεί το ρεύμα στο φωτοδέκτη καθώς θα πρέπει να γνωρίζουμε και την χωρική κατανομή της φάσης του σήματος που προσπίπτει στον δέκτη.

8.1 Ισχύς λήψης στην περίπτωση Gaussian δεσμών

Αν η αρχική δέσμη του πομπού είναι Gaussian, έπεται ότι η ισχύς εκπομπής P_T μπορεί εύκολα να υπολογιστεί σε κλειστή μορφή, δεδομένου ότι

$$P_T = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy |u_0(x, y, 0)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \exp\left(-2\frac{x^2}{w_x^2} - 2\frac{y^2}{w_y^2}\right) = \frac{\pi A^2 w_x w_y}{2} \quad (123)$$

οπότε έχουμε:

$$A = \sqrt{\frac{2P_T}{\pi w_x w_y}} \quad (124)$$

και επομένως από την (79) προκύπτει ότι:

$$u_0(x, y, z) = \sqrt{\frac{2P_T}{\pi w_x(z)w_y(z)}} \exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2(z)} - \frac{y^2}{w_y^2(z)} - jk\left[\frac{x^2}{2R_x(z)} + \frac{y^2}{2R_y(z)}\right] + j\phi(z)\right) \quad (125)$$

Η πυκνότητα ισχύος υπολογίζεται από την (5) ως εξής:

$$\mathbf{W} = |u_0|^2 \mathbf{k} = \frac{2P_T}{\pi w_x(z)w_y(z)} \exp\left(-2\frac{x^2}{w_x^2(z)} - 2\frac{y^2}{w_y^2(z)}\right) \quad (126)$$

Αν θεωρήσουμε, όπως στο Σχήμα 20 ότι το πεδίο είναι σχεδόν σταθερό στο επίπεδο του δέκτη και πως η ενεργός επιφάνεια του δέκτη είναι ίση με A_R , τότε μπορούμε εύκολα να δείξουμε ότι η οπτική ισχύς που προσπίπτει στην επιφάνεια του δέκτη είναι,

$$P_R \cong \frac{2P_T A_R \cos \theta_R}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \quad (127)$$

όπου έχουμε θεωρήσει συμμετρική δέσμη, δηλαδή $w_x = w_y$, ενώ θ_R είναι η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση διάδοσης του κύματος με το δέκτη. Αν υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε αρκετά μακριά από το δέκτη τότε σύμφωνα και με την (87) θα έχουμε:

$$w(z) \cong \frac{\lambda L}{\pi w} \quad (128)$$

όπου w το αρχικό εύρος της δέσμης οπότε αντικαθιστώντας στην (127) λαμβάνουμε:

$$P_R \cong \frac{2P_T \pi w^2}{\lambda^2 L^2} A_R \cos \theta_R \exp\left(-2w^2 \pi^2 \frac{x^2 + y^2}{\lambda^2 L^2}\right) \quad (129)$$

Είναι εύκολο να δούμε από το Σχήμα 1 ότι $\tan^2 \theta_R = (x^2 + y^2)/L^2$ οπότε,

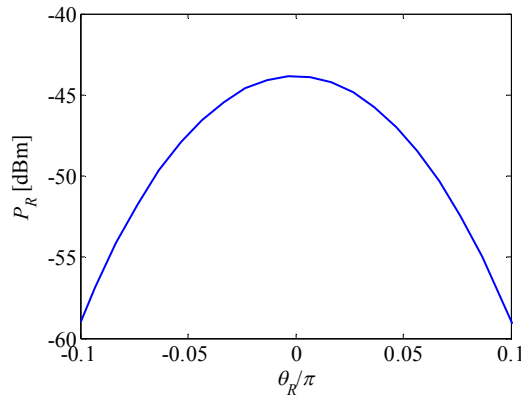
$$P_R \cong \frac{2P_T \pi w^2}{\lambda^2 L^2} A_R \cos \theta_R \exp\left(-2\frac{w^2 \pi^2}{\lambda^2} \tan^2 \theta_R\right) \quad (130)$$

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε την οριζόντια απόσταση L ως $L=D\cos\theta_R$ όπου D η απόσταση που χωρίζει τον πομπό με τον δέκτη, οπότε

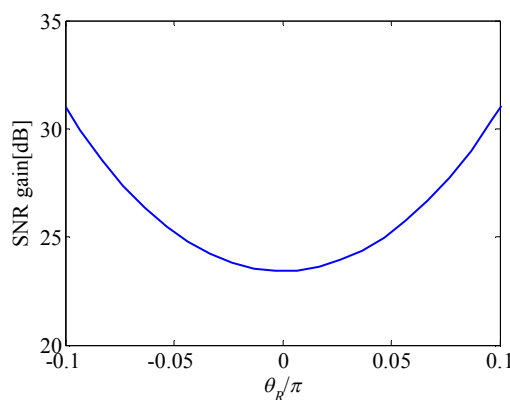
$$P_R \cong \frac{2P_T\pi^2 w^2}{\lambda^2 D^2 \cos\theta_R} A_R \exp\left(-2\frac{w^2\pi^2}{\lambda^2} \tan^2\theta_R\right) \quad (131)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της ισχύος λήψης στο δέκτη. Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι η ισχύς εκπομπής είναι 1mW , το μήκος κύματος είναι $\lambda=780\text{nm}$, αρχικό εύρος δέσμης $w=1\mu\text{m}$ και η κάθετη απόσταση μεταξύ του πομπού και του δέκτη στο Σχήμα 1 είναι ίση με $L=5\text{m}$. Στο Σχήμα 23 έχουμε παραστήσει γραφικά την ισχύ λήψης P_R που λαμβάνεται στο δέκτη σε συνάρτηση με τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία γραμμή που συνδέει τον πομπό και το δέκτη με τον κάθετο άξονα. Παρατηρούμε ότι η ισχύς είναι στην καλύτερη περίπτωση της τάξης των -40dBm και μειώνεται σημαντικά καθώς η γωνία θ_R αυξάνεται, υπονοώντας μία απώλεια ισχύος της τάξης των -10dB . Ωστόσο καθώς ο δέκτης απομακρύνεται από την θέση μέγιστης λήψης (δηλαδή αυξάνει η απόσταση $(x^2+y^2)^{1/2}$) τότε η ισχύς μειώνεται σημαντικά. Για $\theta_R \cong 0.1\pi$ δηλαδή απόσταση $(x^2+y^2)^{1/2} \cong 1.6\text{m}$ από την κατακόρυφο ο ισολογισμός ισχύος επιβαρύνεται κατά περίπου -15dB .

Όπως είδαμε στην ενότητα 5, η σύμφωνη φάραση συνεπάγεται ένα κέρδος στην τιμή του SNR το οποίο είναι περίπου $(2P_{LO}/P_R)^{1/2}$. Αν υποθέσουμε ότι η ισχύς του τοπικού ταλαντωτή είναι $P_{LO}=1\text{mW}$, τότε παρατηρούμε ότι το κέρδος από τη σύμφωνη φάραση κυμαίνεται από περίπου 23dB μέχρι 31dB στο Σχήμα 24.



Σχήμα 23: Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με την γωνία μεταξύ πομπού και δέκτη θ_R στο Σχήμα 1



Σχήμα 24: Κέρδος εξαιτίας της χρήσης σύμφωνης φάρασης

8.2 Lambertian διαγράμματα ακτινοβολίας

Μέχρι το σημείο αυτό θεωρήσαμε ότι η δέσμη που εκπέμπεται από τον πομπό είναι Gaussian και επομένως η ισχύς λήψης σχετίζεται με την ισχύ εκπομπής βάσει της (130). Ωστόσο στην βιβλιογραφία των ασύρματων οπτικών συστημάτων χρησιμοποιείται συχνά η παραδοχή ότι το διάγραμμα ακτινοβολίας του πομπού

ακολουθεί Lambertian κατανομή [4]. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, για την διαρρύθμιση στο Σχήμα 1, η ισχύς λήψης γράφεται,

$$P_R = P_T \frac{n+1}{2\pi D^2} A_R \cos^{n+1} \theta_R = P_T \frac{n+1}{2\pi L^2} A_R \cos^{n+3} \theta_R \quad (132)$$

9. Διάχυτη Ακτινοβολία

Στις προηγούμενες παραγράφους ασχοληθήκαμε με το σενάριο κατά το οποίο υπάρχει απευθείας οπτική επαφή του πομπού με τον δέκτη. Ωστόσο αυτή η περίπτωση προϋποθέτει ότι δεν έχουμε φαινόμενα σκίασης και παρεμπόδισης της οπτικής δέσμης από κινητά ή ακίνητα εμπόδια. Στην πράξη αυτό μπορεί να μην συμβαίνει πάντα και επομένως έχει μεγάλο ενδιαφέρον να αναλύσουμε την περίπτωση όπου το σήμα φτάνει στο δέκτη μέσω ανακλάσεων σε τοίχους ή άλλες επιφάνειες του δωματίου. Το εναλλακτικό αυτό σενάριο συχνά αναφέρεται στην βιβλιογραφία των ασύρματων οπτικών συστημάτων ως επικοινωνία μέσω διάχυτης ακτινοβολίας επειδή στο υπέρυθρο και στο ορατό φάσμα το φως που ανακλάται από τις διάφορες επιφάνειες είναι στην συντριπτική πλειοψηφία διάχυτο. Αυτό σημαίνει δεν ισχύει ο νόμος της ανάκλασης (δηλαδή ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι ίδια με την γωνία της ανάκλασης) και η ανακλώμενη ακτινοβολία διαχέεται προς όλες τις κατευθύνσεις. Η διάχυτη ανάκλαση οφείλεται στις ιδιότητες των επιφανειών που παρουσιάζουν μικρές διακυμάνσεις στη σύνθεση τους οι οποίες είναι όμως μεγαλύτερες ή ακόμα και συγκρίσιμες με το μήκος κύματος του φωτός. Επομένως να μεν ο νόμος της ανάκλασης ισχύει τοπικά, ωστόσο εξαιτίας της ανομοιογένειας που παρουσιάζουν τα υλικά το φως τελικά ανακλάται προς όλες τις κατευθύνσεις.

9.1 Διάδοση του διάχυτου σήματος

Για να αναλύσουμε τη φύση της διάχυτης ακτινοβολίας και κατά πόσο αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση των ασύρματων συστημάτων σύμφωνης φάρασης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα του Kirchhoff το οποίο με την σειρά του προκύπτει από το θεώρημα Green. Ωστόσο μπορούμε να αντλήσουμε κάποια πρώτα συμπεράσματα για τα κυματικά χαρακτηριστικά της διάχυτης ακτινοβολίας χρησιμοποιώντας την (106) η οποία περιγράφει τη διάδοση του οπτικού σήματος σε μεγάλη απόσταση από την πηγή δεδομένου του αρχικού πεδίου $u_0(x,y,0)$. Ας υποθέσουμε ότι το αρχικό αυτό πεδίο έχει σχεδόν σταθερό πλάτος αλλά τυχαία φάση, δηλαδή $u_0(x,y,0)=B(x,y)\exp(j\phi(x,y))$ όπου η φάση $\phi(x,y)$ είναι τυχαία κάτι που οφείλεται στην ανομοιογένειες του υλικού.

$$u_0(x,y,L) \cong \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2+y^2}{2L}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' B(x',y') e^{j\phi(x',y')} \exp\left(jk \frac{xx'+yy'}{L}\right) \quad (133)$$

Αν εξαιρέσουμε τον νετερμινιστικό παράγοντα που βρίσκεται έξω από το ολοκλήρωμα παρατηρούμε ότι το πεδίο σε απόσταση L καθορίζεται από τον μετασχηματισμό Fourier $\Phi(k_x, k_y)$ του εκθετικού $\exp(j\phi(x,y))$

$$\Phi(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{r} B(\mathbf{r}) \exp(j\phi(\mathbf{r}) + j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (134)$$

όπου απλά θέτουμε:

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y) = \frac{k}{L}(x, y) \quad (135)$$

και θα έχουμε

$$u_0(x,y,L) \cong \frac{j}{\lambda L} \exp\left(-jk \frac{x^2+y^2}{2L}\right) \Phi\left(k \frac{\mathbf{r}}{\lambda}\right) \quad (136)$$

Αν υποθέσουμε ότι η φάση του σήματος παραμένει σταθερή σε ένα χαρακτηριστικό μήκος Δ τότε μπορούμε να προσεγγίσουμε το μετασχηματισμό Fourier ως εξής:

$$\Phi(\mathbf{k}) \cong \Delta^2 \sum_{mn} B(\mathbf{r}_{mn}) e^{j\phi_{mn}} e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{mn}} \quad (137)$$

όπου $\mathbf{r}_{mn}=(m\Delta)\mathbf{x}+(n\Delta)\mathbf{y}$, οπότε η μέση τιμή προκύπτει ως εξής:

$$\langle \Phi(\mathbf{k}) \rangle \cong \Delta^2 \sum_{mn} B(\mathbf{r}_{mn}) \langle e^{j\phi_{mn}} \rangle e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{mn}} \quad (138)$$

Αν θεωρήσουμε ότι οι φάσεις ϕ_{mn} ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi]$ τότε θα έχουμε:

$$\langle \Phi(\mathbf{k}) \rangle \cong 0 \quad (139)$$

κάτι που έχει ως συνέπεια ότι το μέσο πλάτος του διάχυτου οπτικού πεδίου θα είναι μηδέν, αφού αν αντικαταστήσουμε την (139) στην (136) θα έχουμε:

$$\langle u_0(x, y, L) \rangle \cong 0 \quad (140)$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του μετασχηματισμού Fourier, γράφεται ως εξής:

$$\langle \Phi(\mathbf{k}_1)\Phi^*(\mathbf{k}_2) \rangle = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 B(\mathbf{r}_1)B^*(\mathbf{r}_2) \langle e^{j(\phi(\mathbf{r}_1)-\phi(\mathbf{r}_2))} \rangle e^{j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2} \quad (141)$$

Αν υποθέσουμε ότι η φάση του σήματος παραμένει σταθερή σε ένα χαρακτηριστικό μήκος Δ τότε μπορούμε να αντικαταστήσουμε το παραπάνω διπλό ολοκλήρωμα με ένα τετραπλό άθροισμα της μορφής,

$$\langle \Phi(\mathbf{k}_1)\Phi^*(\mathbf{k}_2) \rangle \cong \Delta^4 \sum_{mn\mu\nu} \langle e^{j(\phi_{mn}-\phi_{\mu\nu})} \rangle B(\mathbf{r}_{mn})B^*(\mathbf{r}_{\mu\nu}) e^{j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_{mn} - j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_{\mu\nu}} \quad (142)$$

όπου $\mathbf{r}_{mn}=(m\Delta)\mathbf{x}+(n\Delta)\mathbf{y}$ και $\mathbf{r}_{\mu\nu}=(\mu\Delta)\mathbf{x}+(\nu\Delta)\mathbf{y}$. Στη συνέχεια θεωρούμε ότι οι φάσεις του σήματος σε σημεία που απέχουν απόσταση μεγαλύτερη από Δ είναι ασυσχέτιστες, δηλαδή

$$\langle e^{j(\phi_{mn}-\phi_{\mu\nu})} \rangle = \langle e^{j\phi_{mn}} \rangle \langle e^{-j\phi_{\mu\nu}} \rangle = 0, \quad \mu \neq \nu \quad \text{ή} \quad m \neq n \quad (143)$$

οπότε

$$\langle \Phi(\mathbf{k}_1)\Phi^*(\mathbf{k}_2) \rangle \cong \Delta^4 \sum_{mn} |B(\mathbf{r}_{mn})|^2 e^{j(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_{mn}} \cong \Delta^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy B(x, y) e^{j(k_{x1}-k_{x2})x + j(k_{y1}-k_{y2})y} = \Delta^2 \tilde{B}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \quad (144)$$

Στην (144), με \tilde{B} έχουμε συμβολίσει τον μετασχηματισμό Fourier του πλάτους B του αρχικού πεδίου. Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του μετασχηματισμού Fourier $\Phi(k_x, k_y)$ εξαρτάται από δύο παράγοντες: την απόσταση Δ που περιγράφει τις μεταβολές της φάσης καθώς και το φάσμα του πλάτους. Αν υποθέσουμε ότι το πλάτος του πεδίου είναι ομοιόμορφο σε μία τετραγωνική επιφάνεια, δηλαδή $B(x, y)=B_0$ για $|x| \leq a/2$ και $|y| \leq a/2$ ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση το $B(x, y)$ είναι μηδέν τότε έπεται ότι,

$$\tilde{B}(\mathbf{k}) = a^2 \text{sinc}\left(\frac{k_x a}{2\pi}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_y a}{2\pi}\right) \quad (145)$$

οπότε

$$\langle \Phi(\mathbf{k}_1)\Phi^*(\mathbf{k}_2) \rangle \cong \Delta^2 a^2 \text{sinc}\left(\frac{\Delta k_x a}{2\pi}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k_y a}{2\pi}\right) \quad (146)$$

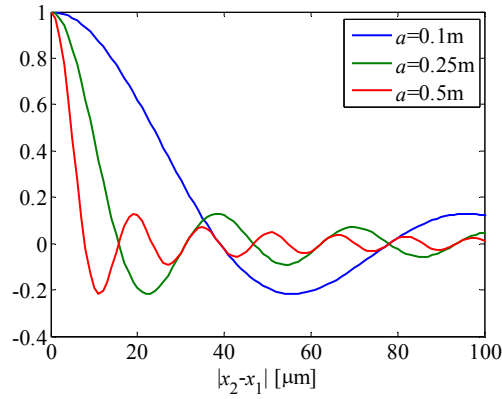
όπου

$$\Delta k_x = k_{x2} - k_{x1} \quad (147)$$

$$\Delta k_y = k_{y2} - k_{y1} \quad (148)$$

Παρατηρούμε ότι το φάσμα του πεδίου εξαρτάται α) από το χαρακτηριστικό μήκος Δ και β) από τις διαστάσεις της πηγής. Όσο μεγαλύτερες είναι οι διαστάσεις της πηγής (δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το a) τόσο στενότερη είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης εξαιτίας των ορισμάτων των συναρτήσεων. Χρησιμοποιώντας δε την (135) και την (133), έχουμε

$$\langle u_0(x_1, y_1, L)u_0^*(x_2, y_2, L) \rangle \cong \frac{1}{(\lambda L)^2} \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2}{2L}\right) \Delta^2 a^2 \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L}|x_2 - x_1|\right) \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L}|y_2 - y_1|\right) \quad (149)$$



Σχήμα 25: Η συνάρτηση $\text{sinc}(a|x_2 - x_1| / \lambda L)$

Στο Σχήμα 25 απεικονίζουμε την συνάρτηση $\text{sinc}(a|x_2 - x_1| / \lambda L)$ η οποία καθορίζει επί της ουσίας την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του πεδίου θεωρώντας ότι η κατακόρυφη απόσταση είναι $L=5\text{m}$ και το μήκος κύματος της πηγής είναι $\lambda=780\text{nm}$. Από το σχήμα προκύπτει ότι όσο μικρότερες είναι οι διαστάσεις της πηγής, τόσο μεγαλύτερη είναι η χωρική συσχέτιση του πεδίου. Για $a=0.1\text{m}$ η συσχέτιση είναι σημαντική όταν η απόσταση είναι μερικές δεκάδες μm ενώ για $a=0.5\text{m}$ η συσχέτιση είναι πολύ μικρή για τις ίδιες αποστάσεις.

Το γεγονός ότι όσο μεγαλύτερες διαστάσεις έχει η πηγή, τόσο μικρότερη είναι και η χωρική συσχέτιση του διάχυτης ακτινοβολίας που εκπέμπεται έχει σημαντικές επιπτώσεις στην φύση της ακτινοβολίας στην περίπτωση του σεναρίου που περιγράψαμε προηγουμένως και κατά το οποίο η επικοινωνία γίνεται χωρίς να υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη αλλά βασιζόμαστε στην διάχυτη ακτινοβολία που προέρχεται από ανακλάσεις στους τοίχους του δωματίου. Κατά την ανάκλαση, οι επιφάνειες αυτές μπορούν να θεωρηθούν δευτερεύουσες πηγές ακτινοβολίας των οποίων το μέγεθος εξαρτάται από τις διαστάσεις της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Στην περίπτωση όπου η προσπίπτουσα δέσμη είναι ευρεία (κάτι που συνεπάγεται μεγάλο a) τότε η ανακλώμενη ακτινοβολία θα έχει πολύ μικρή συνοχή, κάτι που μπορεί να δημιουργήσει προβλήματα κατά την εστίαση της με ένα φακό όπως είδαμε και στην περίπτωση της ντετερμινιστικής μεταβολής της φάσης στην ενότητα 7.7.

9.2 Σύμφωνη Φώραση με Διάχυτη Ακτινοβολία

Στην παράγραφο αυτή θα εξετάσουμε το κατά πόσο η σύμφωνη φώραση μπορεί να επιτευχθεί με χρήση διάχυτης ακτινοβολίας. Θα ασχοληθούμε αρχικά με την περίπτωση η διάχυτη ακτινοβολία προσπίπτει στον δέκτη στο Σχήμα 2. Στην παράγραφο 9.1 είδαμε πως η διάχυτη ακτινοβολία χαρακτηρίζεται από σχετικά μικρό βαθμό χωρικής συνοχής της τάξης των μερικών δεκάδων μm . Για να διευκολυνθούμε στην ανάλυση θα κάνουμε την παραδοχή ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του πεδίου είναι της μορφής που δίνεται από την (149), δηλαδή:

$$\langle u_R(x_1, y_1) u_R^*(x_2, y_2) \rangle \cong \left(\frac{\Delta a}{\lambda L} \right)^2 \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2}{2L}\right) \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L} |x_2 - x_1|\right) \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L} |y_2 - y_1|\right) \quad (150)$$

από όπου προκύπτει ότι

$$\langle |u_R|^2 \rangle \cong \left(\frac{\Delta a}{\lambda L} \right)^2 \quad (151)$$

οπότε η (150) γράφεται ως εξής:

$$\langle u_R(x_1, y_1) u_R^*(x_2, y_2) \rangle \cong \langle |u_R|^2 \rangle \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2}{2L}\right) \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L} |x_2 - x_1|\right) \text{sinc}\left(\frac{a}{\lambda L} |y_2 - y_1|\right) \quad (152)$$

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε το φωτόρευμα στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης που καθορίζεται από την (28) και να το συγκρίνουμε το με φωτόρευμα στην περίπτωση της άμεσης φώρασης (21). Στην περίπτωση της άμεσης φώρασης έχουμε:

$$\langle i_R \rangle = R \int_{A_R} \langle |u_R|^2 \rangle dS = R \langle |u_R|^2 \rangle A_R \quad (153)$$

Σύμφωνα με την (153), το μέσο φωτόρευμα που προκύπτει από την διάχυτη ακτινοβολία ισούται με το μέση πυκνότητα ισχύος της δέσμης επί την επιφάνεια του δέκτη. Στην περίπτωση της σύμφωνης φώρασης ομόδυνης θα έχουμε:

$$i_s \cong 2R \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \operatorname{Re} \left\{ \int_A u_R dS \right\} \quad (154)$$

και επομένως

$$\langle i_s \rangle = 2R \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \operatorname{Re} \left\{ \int_A \langle u_R \rangle dS \right\} = 0 \quad (155)$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει το γεγονός ότι σύμφωνα με την (140) θα έχουμε

$$\langle u_R \rangle = 0 \quad (156)$$

Η (155) φανερώνει ότι το μέσο ρεύμα που παράγεται στο δέκτη ως αποτέλεσμα της μίξης του τοπικού ταλαντωτή με το οπτικό πεδίο της διάχυτης ακτινοβολίας και εξαιρώντας τους όρους P_{LO} , P_R είναι μηδέν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η φάση του διάχυτου πεδίου δεν είναι προσαρμοσμένη στη φάση του τοπικού ταλαντωτή και επομένως εμφανίζονται διαλείψεις στο δέκτη και το φωτόρευμα που παράγεται έχει μέση τιμή μηδέν.

9.3 Υπολογισμός του μέσου τετραγωνικού φωτορεύματος

Στην προηγούμενη παράγραφο υπολογίσαμε το μέσο τετραγωνικό φωτόρευμα στην περίπτωση της άμεσης και της σύμφωνης φώρασης και είδαμε ότι ενώ στην πρώτη περίπτωση έχει πεπερασμένη τιμή, στην δεύτερη περίπτωση έχει μέση τιμή μηδέν. Έχει ενδιαφέρον να υπολογίσουμε και το μέσο τετραγωνικό ρεύμα και στα δύο αυτά σενάρια. Επειδή ο υπολογισμός είναι αρκετά δύσκολος αν θεωρήσουμε την ακριβή συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (150), χρησιμοποιούμε ένα πιο απλό μοντέλο συσχέτισης,

$$\langle u_R(\mathbf{r}_1) u_R^*(\mathbf{r}_2) \rangle \cong \langle |u_R(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle \theta \left(\frac{x_2 - x_1}{b} \right) \left(\frac{y_2 - y_1}{b} \right) \quad (157)$$

όπου όπως και πριν $\theta(\zeta)=1$ για $\zeta \leq 1$ και $\theta(\zeta)=0$ διαφορετικά. Συγκρίνοντας την (150) σε σχέση με το απλοποιημένο μοντέλο της (157) παρατηρούμε ότι έχουμε αντικαταστήσει τις συναρτήσεις sinc με τις βηματικές συναρτήσεις θ και έχουμε αγνοήσει την ντετερμινιστική μεταβολή φάσης όπως αυτή περιγράφεται από το εκθετικό της (150). Το μήκος b είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος συνοχής το οποίο σαν τάξη μεγέθους μπορεί να καθοριστεί από τους πρώτους μηδενισμούς της συνάρτησης sinc στο Σχήμα 25. Για παράδειγμα στην περίπτωση όπου $a=0.1\text{m}$ είναι λογικό να υποθέσουμε ότι το μήκος συνοχής είναι της τάξης των $40\mu\text{m}$ ενώ στην περίπτωση $a=1\text{m}$, το μήκος συνοχής είναι δέκα φορές μικρότερο.

Υιοθετώντας την παραπάνω προσέγγιση μπορούμε να χωρίσουμε τον δέκτη σε στοιχειώδη τμήματα με διαστάσεις $b \times b$ όπου το πεδίο μπορεί να θεωρηθεί σταθερό και

$$\langle u_R(\mathbf{r}_{mn}) u_R^*(\mathbf{r}_{\mu\nu}) \rangle \cong \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle \delta_{\mu m} \delta_{\nu n} \quad (158)$$

Σύμφωνα με την (153) θα έχουμε,

$$\langle i_R \rangle = R \int_{A_R} \langle |u_R|^2 \rangle dS \cong R b^2 \sum_{mn} s_{mn}^2 = R M b^2 s^2 \quad (159)$$

όπου M είναι ο αριθμός των στοιχειωδών τμημάτων στα οποία έχουμε χωρίσει την επιφάνεια του δέκτη,

$$M \cong [A_R / b^2] \quad (160)$$

και έχουμε ορίσει το s_{mn}^2 ως τη μέση πυκνότητα ισχύος,

$$s_{mn}^2 = \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle \quad (161)$$

και έχουμε θεωρήσει ότι σε κάθε στοιχειώδες τμήμα η μέση πυκνότητα ισχύος είναι η ίδια, δηλαδή $s_{mn}^2 = s^2$. Εφόσον τα πεδία σε διαφορετικά στοιχειώδη τμήματα είναι ανεξάρτητα τότε θα έχουμε

$$\langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 |u_R^*(\mathbf{r}_{\mu\nu})|^2 \rangle \cong \begin{cases} \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^4 \rangle & , \mathbf{r}_{mn} = \mathbf{r}_{\mu\nu} \\ \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle \langle |u_R(\mathbf{r}_{\mu\nu})|^2 \rangle & , \mathbf{r}_{mn} \neq \mathbf{r}_{\mu\nu} \end{cases} \quad (162)$$

όπου όπως και πριν έχουμε υποθέσει ότι $\mathbf{r}_{mn} = (mb)\mathbf{x} + (nb)\mathbf{y}$ και $\mathbf{r}_{\mu\nu} = (\mu b)\mathbf{x} + (\nu b)\mathbf{y}$. Επομένως μπορούμε να γράψουμε,

$$\langle i_R^2 \rangle \cong R^2 b^4 \sum_{mn} \left\{ \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^4 \rangle - \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle^2 \right\} + \left[R b^2 \sum_{mn} \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle \right]^2 \quad (163)$$

όπου αν ορίσουμε

όπου έχουμε ορίσει

$$\sigma_{mn}^2 = \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^4 \rangle - \langle |u_R(\mathbf{r}_{mn})|^2 \rangle^2 \quad (164)$$

και θεωρήσουμε ότι η διακύμανση είναι η ίδια σε κάθε τμήμα,

$$\sigma_{mn}^2 = \sigma^2 \quad (165)$$

τότε η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί:

$$\langle i_R^2 \rangle \cong M \sigma^2 R^2 b^4 + \langle i_R \rangle^2 \quad (166)$$

Συνδυάζοντας την (159) και την (163),

$$\frac{\langle i_R^2 \rangle - \langle i_R \rangle^2}{\langle i_R \rangle^2} \cong \frac{\sigma^2}{M S^4} \quad (167)$$

Για μεγάλες τιμές του M παρατηρούμε ότι ο παραπάνω λόγος τείνει στο 0 και επομένως η διακύμανση $\langle i_R^2 \rangle - \langle i_R \rangle^2$ του ρεύματος γίνεται πολύ πιο μικρή από το $\langle i_R \rangle^2$ κάτι που σημαίνει ότι η τυχαιότητα του ρεύματος είναι μικρή και στην ουσία ισχύει $i_R = \langle i_R \rangle$. Αυτό συμβαίνει επειδή τις υπέρυθρες ή στις ορατές συχνότητες οι διαστάσεις του δέκτη είναι πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος και επομένως υπάρχει μεγάλος βαθμός διαφοροποίησης εφόσον ο δέκτης μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από έναν μεγάλο αριθμό στοιχειωδών δεκτών κάθε ένας από τους οποίους μετατρέπει την προσπίπτουσα ισχύ σε ηλεκτρικό ρεύμα ανεξαρτήτως από την φάση με την οποία προσπίπτει το κύμα.

Στην σύμφωνη φάραση η κατάσταση είναι διαφορετική επειδή σύμφωνα με την (154) η φάση με την οποία προσπίπτει το πεδίο παίζει μεγάλη σημασία. Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέσο τετραγωνικό ρεύμα και σε αυτή την περίπτωση. Ας ορίσουμε το μιγαδικό ρεύμα

$$i_Q = 2R \sqrt{\frac{P_{LO}}{A}} \int_A u_R dS \quad (168)$$

το οποίο συνδέεται με το ρεύμα i_S της σύμφωνης φάρασης στην (154), βάσει της σχέσης:

$$i_S = \text{Re} \{ i_Q \} \quad (169)$$

Για το μιγαδικό ρεύμα i_Q έχουμε

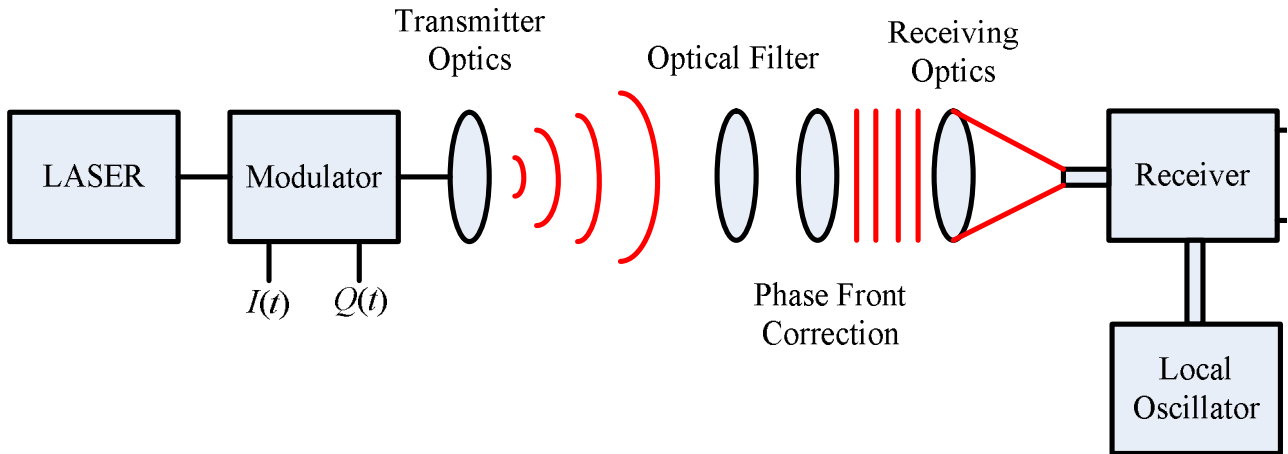
$$\langle |i_Q|^2 \rangle \cong \frac{4R^2 P_{LO}}{A} \left\langle \int_A d\mathbf{r}_1 \int_A d\mathbf{r}_2 u_R(\mathbf{r}_1) u_R^*(\mathbf{r}_2) \right\rangle \quad (170)$$

Διαιρώντας πάλι τον δέκτη σε στοιχειώδη τμήματα μπορούμε να προσεγγίσουμε το παραπάνω διπλό ολοκλήρωμα ως εξής:

$$\langle |i_Q|^2 \rangle \cong \frac{4R^2 P_{LO} b^4}{A} \sum_{mn\mu\nu} \langle u_R(\mathbf{r}_{mn}) u_R^*(\mathbf{r}_{\mu\nu}) \rangle = \frac{4R^2 P_{LO} b^4}{A} M \cong \frac{4R^2 P_{LO} A}{M} \quad (171)$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει τις σχέσεις (158) και (160). Παρατηρούμε ότι για μεγάλο M , το μέσο τετραγωνικό μιγαδικό ρεύμα τείνει στο μηδέν. Επειδή $i_S^2 \leq |i_Q|^2$ έπεται ότι και το μέσο τετραγωνικό ρεύμα $\langle i_S^2 \rangle$ θα τείνει στο μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα που παράγεται από τη μίξη της διάχυτης ακτινοβολίας με τον τοπικό ταλαντωτή όχι μόνο έχει μηδενική μέση τιμή αλλά και σχεδόν μηδενική ισχύ και επομένως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επικοινωνίες αν δεν προηγηθεί κάποια διόρθωση της προσπίπτουσας φάσης του κύματος. Σύμφωνα με το Σχήμα 25 το μήκος συνοχής του πεδίου (και επομένως και της φάσης) εξαρτάται από το μέγεθος της πηγής της διάχυτης ακτινοβολίας. Για να λάβει χώρα αξιόπιστη διόρθωση φάσης, θα πρέπει οι διαστάσεις της πηγής να μην είναι πολύ μεγάλες ώστε η απαιτούμενη ανάλυση του διορθωτή φάσης να μην είναι υπερβολικά μεγάλη.

10. Περιγραφή ενός σύμφωνου ασύρματου συστήματος από άκρο-σε-άκρο



Σχήμα 26: Ένα σύμφωνο ασύρματο οπτικό σύστημα

Έχοντας αναλύσει τα διάφορα συστατικά στοιχεία του ασύρματου οπτικού συστήματος, είναι καιρός να στραφούμε στη μοντελοποίηση του συνολικού συστήματος. Στο Σχήμα 26 έχουμε παραστήσει τα βασικά δομικά στοιχεία μίας ασύρματης οπτικής σύμφωνης ζεύξης.

10.1 Οπτικός Πομπός

Στον πομπό υπάρχει ένα LASER εκπομπής το οποίο εκπέμπει ένα σταθερό οπτικό φέρον με ισχύ P_T το οποίο οδηγείται σε ένα οπτικό διαμορφωτή. Στην γενικότερη περίπτωση ο οπτικός διαμορφωτής είναι τύπου IQ, δηλαδή μπορεί να αποτυπώσει ένα δυσδιάστατο σχήμα διαμόρφωσης στο οπτικό φέρον. Στην έξοδο του διαμορφωτή το οπτικό πεδίο θα έχει την μορφή:

$$\mathbf{u}_{MOD} = \sqrt{P_T} [I + jQ] f(x, y) \exp(j\omega_0 t + j\phi) \mathbf{p}_T \quad (172)$$

όπου $\omega_0 = 2\pi c/\lambda$ είναι η συχνότητα του οπτικού φέροντος, η συνάρτηση $f(x, y)$ περιγράφει την χωρική μεταβολή του οπτικού πεδίου και καθορίζεται από τον κυματοδηγό εξόδου του διαμορφωτή (π.χ. αν ο διαμορφωτής είναι προσαρμοσμένος σε μονότροπη ίνα, τότε το $f(x, y)$ περιγράφει τον θεμελιώδη τρόπο διάδοσης της ίνας και θα μπορούσε να προσεγγιστεί με μία Gaussian συνάρτηση) ενώ η φάση ϕ περιγράφει το θόρυβο φάσης του LASER και το μοναδιαίο διάνυσμα \mathbf{p}_T περιγράφει την πόλωση του κύματος (θεωρούμε ότι η πόλωση είναι γραμμική). Τα I και Q είναι πραγματικά σήματα τα οποία αποτυπώνουν την πληροφορία στο οπτικό φέρον. Πρόκειται για κυματομορφές βασικής ζώνης οι οποίες καθορίζονται από το εκάστοτε σχήμα διαμόρφωσης. Όπως και στις προηγούμενες παραγράφους με P_T έχουμε συμβολίσει την ισχύ εκπομπής.

Αν θεωρήσουμε ότι η συνάρτηση $f(x, y)$ είναι κανονικοποιημένη έτσι ώστε

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy |f(x, y)|^2 = 1 \quad (173)$$

και θεωρήσουμε ότι το αδιαμόρφωτο φέρον αντιστοιχεί στην περίπτωση $I=1$ και $Q=0$ τότε μπορούμε εύκολα να δείξουμε ότι

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy |\mathbf{u}_{MOD}(x, y, t)|^2 = P_T \quad (174)$$

κάτι που επιβεβαιώνει ότι η ισχύς εκπομπής είναι το P_T . Στην περίπτωση όπου το οπτικό φέρον είναι διαμορφωμένο θα πρέπει να επιλέξουμε την κανονικοποίηση των $I(t)$ και $Q(t)$ έτσι ώστε το P_T να είναι η μέση ισχύς εκπομπής στη διάρκεια ενός συμβόλου μετάδοσης T_s , δηλαδή

$$P_{av} = \frac{1}{T_s} \left\langle \int_0^{T_s} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy |u_{MOD}(x, y, t)|^2 \right\rangle = P_T \quad (175)$$

Δεδομένου ότι τα $I(t)$ και $Q(t)$ αποτυπώνουν την πληροφορία στο οπτικό σήμα, μπορούν να θεωρηθούν τυχαίες διαδικασίες. Για παράδειγμα στην περίπτωση της διαμόρφωση OOK που είδαμε στην ενότητα 6 τα σήματα I και Q περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$I(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_m p(t - mT_s) \quad (176)$$

$$Q(t) = 0 \quad (177)$$

όπου $p(t)$ είναι ένας παλμός διάρκειας ίσης με T_s και $b_m=0$ ή 1 ανάλογα με το bit που μεταδίδεται στην m -οστή διάρκεια του bit.

Αν αντικαταστήσουμε την (172) στην (175) τότε λαμβάνουμε:

$$\frac{1}{T_s} \left\langle \int_0^{T_s} dt (I^2 + Q^2) \right\rangle \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy |f(x, y)|^2 = P_T \quad (178)$$

και από την συνθήκη (173) προκύπτει ότι

$$\frac{1}{T_s} \left\langle \int_0^{T_s} dt (I^2 + Q^2) \right\rangle = 1 \quad (179)$$

Η (179) μας δίνει τη συνθήκη που πρέπει να πληρούν οι τυχαίες διαδικασίες $I(t)$ και $Q(t)$ ώστε η μέση τιμή ισχύος εκπομπής να είναι ίση με P_T . Στην περίπτωση της OOK διαμόρφωσης θα έχουμε:

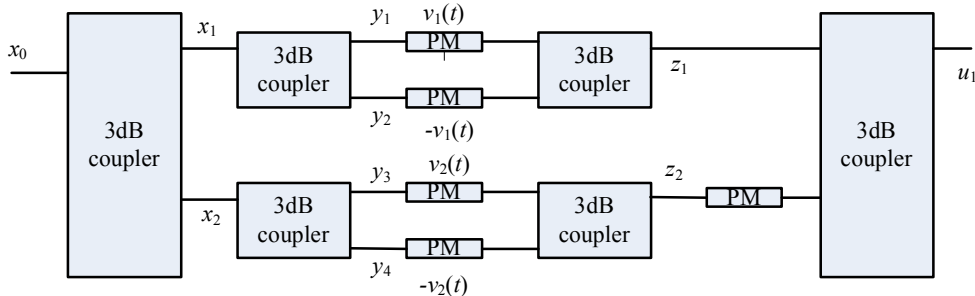
$$\frac{\langle b_m^2 \rangle}{T_s} \int_0^{T_s} |p(t)|^2 dt = 1 \quad (180)$$

και δεδομένου ότι τα bit προς μετάδοση είναι ισοπίθανα, θα έχουμε $\langle b_m^2 \rangle = 1/2$ οπότε σύμφωνα με την (180) θα πρέπει να έχουμε για την ενέργεια του παλμού $p(t)$:

$$E_p = \int_0^{T_s} |p(t)|^2 dt = 2T_s \quad (181)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση της διαμόρφωσης OOK δεν υπάρχει ανάγκη χρήσης εξωτερικού διαμορφωτή δεδομένου ότι η διαμόρφωση μπορεί να πραγματοποιηθεί απευθείας με την μεταβολή του ρεύματος πόλωσης του laser (άμεση διαμόρφωση). Ωστόσο στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να συνυπολογιστεί μεταβολή της φάσης εξαιτίας του chirp που συνήθως συνοδεύει την άμεση διαμόρφωση.

10.2 Μοντελοποίηση του οπτικού διαμορφωτή



Σχήμα 27: Ένας οπτικός διαμορφωτής I, Q .

Στο Σχήμα 27 παρουσιάζουμε ένα σχεδιάγραμμα οπτικού διαμορφωτή I, Q ο οποίος χρησιμοποιείται συχνά σε εμπορικά διαθέσιμες υλοποιήσεις. Το αδιαμόρφωτο οπτικό φέρον $x_0 = P_T^{1/2} \exp(j\omega_0 t)$ από το LASER του

πομπού εισέρχεται στον συζεύκτη 3dB και διαχωρίζεται από τον πρώτο συζεύκτη 3dB σε δύο συνιστώσες. Για να αναλύσουμε την επίδραση των συζευκτών χρησιμοποιούμε την μήτρα μεταφοράς τους,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \cos(\kappa l) & j \sin(\kappa l) \\ j \sin(\kappa l) & \cos(\kappa l) \end{bmatrix} \quad (182)$$

όπου l το μήκος του συζεύκτη και κ ο συντελεστής σύζευξης, η οποία συνδέει τα πλάτη εισόδου με τα πλάτη εξόδου του συζεύκτη (Σχήμα 28) σύμφωνα με την σχέση:

$$\begin{bmatrix} u_{o1} \\ u_{o2} \end{bmatrix} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} \quad (183)$$

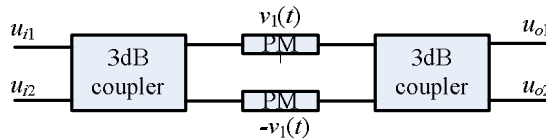


Σχήμα 28: Ένας οπτικός συζεύκτης.

Για $\kappa l = \pi/4$ λαμβάνουμε ένα συζεύκτη 3dB με μήτρα μεταφοράς,

$$\mathbf{X}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \quad (184)$$

Ο δέκτης στο Σχήμα 27 στην ουσία αποτελείται από δύο συμβολόμετρα Mach-Zehnder. Ένα τέτοιο συμβολόμετρο Mach-Zehnder φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 29: Το άνω συμβολόμετρο Mach-Zehnder

Η μήτρα μεταφοράς του συμβολόμετρου προκύπτει από το γινόμενο,

$$\mathbf{X}_{MZ} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\phi_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\phi_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \\ \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 \end{bmatrix} \quad (185)$$

όπου οι φάσεις ϕ_i είναι ανάλογες των τάσεων που εφαρμόζονται στους διαμορφωτές φάσης (phase modulators-PM), δηλαδή $\phi_i = K v_i$.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω και αναφερόμενοι και στο Σχήμα 27 προκύπτει ότι:

$$x_1 = \frac{x_0}{\sqrt{2}} \quad (186)$$

$$x_2 = \frac{jx_0}{\sqrt{2}} \quad (187)$$

και εφαρμόζοντας τη μήτρα του συμβολόμετρου θα έχουμε:

$$z_1 = \frac{jx_0}{\sqrt{2}} \sin \phi_1 \quad (188)$$

$$z_2 = -\frac{x_0}{\sqrt{2}} \sin \phi_2 \quad (189)$$

Πριν την εισαγωγή της στον τελευταίο συζεύκτη του διαμορφωτή η συνιστώσα z_2 υπόκειται σε ολίσθηση φάσης $\pi/2$ οπότε η έξοδος του εν λόγω συζεύκτη δίνεται από την σχέση:

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[z_1 + j(z_2)] = \frac{1}{\sqrt{2}}[z_1 - z_2] = \frac{x_0}{2}[\sin \phi_2 + j \sin \phi_1] \quad (190)$$

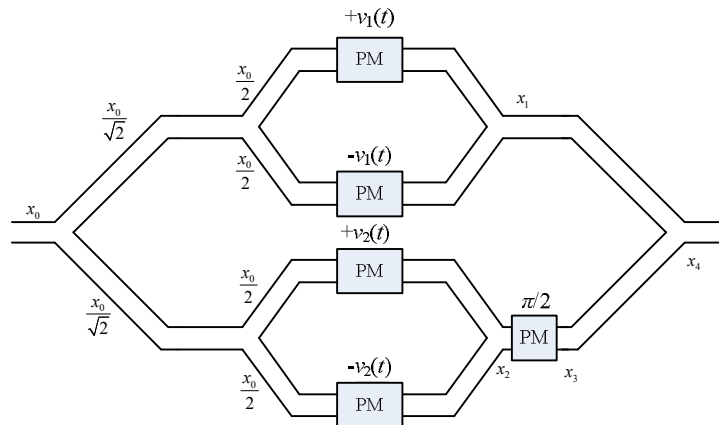
ή αντικαθιστώντας απευθείας τις φάσεις:

$$u_1 = \frac{x_0}{2}[\sin(Kv_2) + j \sin(Kv_1)] \quad (191)$$

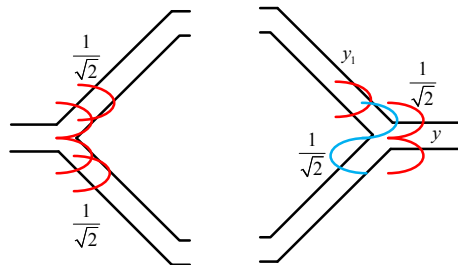
Αν υποθέσουμε ότι $Kv_1, Kv_2 \ll 1$, τότε θα έχουμε:

$$u_1 \cong \frac{x_0 K}{2}[v_2 + jv_1] \quad (192)$$

Ούτως ή άλλως παρατηρούμε ότι οι τάσεις v_1 και v_2 αποτυπώνονται στο ηλεκτρικό φέρον με διαφορά φάσης $\pi/2$ κάτι που είναι ιδίων ενός διαμορφωτή IQ ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον σχηματισμό συμβόλων δισδιάστατων και μονοδιάστατων σχημάτων διαμόρφωσης όπως OOK, QAM, M-PSK, κτλ.



Σχήμα 30: Ένας οπτικός διαμορφωτής I,Q που χρησιμοποιεί διαχωριστές κυματοδηγού τύπου Y.



Σχήμα 31: Ερμηνεία της λειτουργίας των διαχωριστών κυματοδηγού τύπου Y.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι συχνά σε εμπορικές υλοποιήσεις οι συζεύκτες 3dB αντικαθίστανται από διαχωριστές κυματοδηγού τύπου Y όπως δείχνουμε στο Σχήμα 30. Η λειτουργία ενός διαχωριστή φαίνεται στο Σχήμα 31. Ο διαχωριστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να χωρίσει το πεδίο που βρίσκεται στον οριζόντιο κυματοδηγό σε δύο ίσα πεδία τα οποία διαδίδονται στους δύο κυματοδηγούς με κλίση ή για τον συνδυασμό δύο πεδίων που βρίσκονται στους κυματοδηγούς στην κλίση σε ένα πεδίο στον οριζόντιο κυματοδηγό. Η όλη λειτουργία μπορεί να ερμηνευθεί μέσω της θεωρίας ανάλυσης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε τρόπους διάδοσης.

Συγκεκριμένα μακριά από το σημείο διαχωρισμού, ο οριζόντιος κυματοδηγός έχει τις ίδιες διαστάσεις με τους κεκλιμένους κυματοδηγούς και είναι μονότροπος, καθώς όμως πλησιάζει το σημείο διακλάδωσης αποκτά μεγαλύτερη διατομή και επομένως μπορεί να υποστηρίξει δύο τρόπους διάδοσης, έναν με άρτια και έναν με περιττή συμμετρία. Ο τρόπος διάδοσης με περιττή συμμετρία δεν διεγείρεται καθότι το πεδίο που υπάρχει στον οριζόντιο κυματοδηγό είναι αρχικά άρτιας συμμετρίας όπως δείχνει και το σχήμα. Στην συνέχεια διεγείρονται οι βασικοί τρόποι διάδοσης των κεκλιμένων κυματοδηγών και αν έχουν την ίδια διατομή αναμένουμε κάθε κυματοδηγός να δέχεται το ήμισυ της αρχικής ισχύος. Η κατάσταση είναι ελαφρώς διαφορετική όταν θεωρούμε την λειτουργία της διάταξης από την ανάποδη φορά, δηλαδή όταν το

πεδίο βρίσκεται σε έναν ή και τους δύο κεκλιμένους κυματοδηγούς. Στην περίπτωση και αν υποθέσουμε ότι έχουμε πεδίο στον άνω κυματοδηγό, το πεδίο αυτό καταφθάνει στην ενδιάμεση περιοχή όπου ο οριζόντιος κυματοδηγός υποστηρίζει τους δύο τρόπους διάδοσης και διεγείρει και τους δύο τρόπους με ίδιο πλάτος ώστε η μορφή του πεδίου να είναι τέτοια ώστε αριστερά της ενδιάμεσης περιοχής να υπάρχει πεδίο μόνο στον άνω κυματοδηγό. Καθώς όμως ο οριζόντιος κυματοδηγός γίνεται μονότροπος, ο περιττός τρόπος δεν μπορεί να διαδοθεί και γίνεται αποσβενύμενος, οπότε παραμένει μόνο ο τρόπος διάδοσης με άρτια συμμετρία. Το πλάτος επομένως του πεδίου στον οριζόντιο κυματοδηγό είναι:

$$y = \frac{y_1}{\sqrt{2}} \quad (193)$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το ήμισυ της ισχύς χάνεται εξαιτίας της προσαρμογής των τρόπων των κυματοδηγών. Αν υπήρχε πεδίο και στον δεύτερο κυματοδηγό με πλάτος y_2 τότε εφόσον ο διαχωριστής είναι συμμετρικός και γραμμικός το πλάτος στον οριζόντιο κυματοδηγό θα είναι,

$$y = \frac{y_1 + y_2}{\sqrt{2}} \quad (194)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω λογική μπορούμε να δείξουμε εύκολα ότι:

$$x_1 = \frac{x_0}{2\sqrt{2}} e^{j\phi_1} + \frac{x_0}{2\sqrt{2}} e^{-j\phi_1} = \frac{x_0}{\sqrt{2}} \cos \phi_1 \quad (195)$$

$$x_2 = \frac{x_0}{2\sqrt{2}} e^{j\phi_2} + \frac{x_0}{2\sqrt{2}} e^{-j\phi_2} = \frac{x_0}{\sqrt{2}} \cos \phi_2 \quad (196)$$

καθώς επίσης και ότι

$$x_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_3 + x_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(jx_3 + x_4) = \frac{x_0}{2}(\cos \phi_1 + j \cos \phi_2) = \frac{x_0}{2}(\cos(Kv_1) + j \cos(Kv_2)) \quad (197)$$

Η τάση V_π χρησιμοποιείται εναλλακτικά της σταθεράς K για να εκφράσει την ολίσθηση φάσης που λαμβάνει χώρα στους διαμορφωτές φάσης ως εξής:

$$x_4 = \frac{x_0}{2} \cos\left(\pi \frac{v_1}{V_\pi}\right) + j \frac{x_0}{2} \cos\left(\pi \frac{v_2}{V_\pi}\right) \quad (198)$$

10.3 Οπτικό Κανάλι

Στη συνέχεια το οπτικό σήμα οδηγείται σε μία διάταξη φακών ή άλλων οπτικών στοιχείων που στόχο έχουν τη διαμόρφωση της οπτικής δέσμης ώστε να επιτυγχάνονται οι απαιτήσεις κάλυψης. Τα διάφορα μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή της διάδοσης του σήματος έχουν περιγραφεί στις προηγούμενες ενότητες. Στην ενότητα 7.4 παρουσιάζουμε την επίδραση των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στον πομπό τόσο στη φάση όσο και στο πλάτος του οπτικού σήματος. Η οπτική δέσμη στο δέκτη περιγράφεται από μία σχέση της μορφής:

$$\mathbf{u}_R(x, y, t) = \sqrt{P_T} [I(t) + jQ(t)] g(x, y) \exp(j\omega_0 t + j\phi + jkL) \mathbf{p}_T \quad (199)$$

όπου με $g(x, y)$ έχουμε περιγράψει την κατανομή του πεδίου στο επίπεδο του δέκτη, P_R είναι η ισχύς λήψης. Στην (199) έχουμε υποθέσει ότι το επίπεδο του δέκτη συμπίπτει με το επίπεδο του πομπού, δηλαδή αναφορικά με το Σχήμα 1, ο δέκτης και ο πομπός είναι στραμμένοι έτσι ώστε η διεύθυνση μέγιστης εκπομπής να συμπίπτει με την διεύθυνση μέγιστης λήψης οπότε τα διανύσματα \mathbf{n}_T και \mathbf{n}_R είναι αντίρροπα. Στην περίπτωση αυτή οι συναρτήσεις $f(x, y)$ και $g(x, y)$ προκύπτουν από την (125) αν υποθέσουμε ότι η ισχύει η Gaussian προσέγγιση για την οπτική δέσμη. Στην γενικότερη περίπτωση όπου οι δέσμες δεν είναι Gaussian, οι $f(x, y)$ και $g(x, y)$ σχετίζονται βάσει του μετασχηματισμού Fourier (106).

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι στο Σχήμα 26 έχουμε υποθέσει ότι πριν το οπτικό σήμα προσπέσει στο φακό λήψης, λαμβάνει χώρα μία διόρθωση φάσης. Όπως είδαμε στην ενότητα 7.7 η διόρθωση της φάσης είναι απαραίτητη ώστε η δέσμη να μπορεί να εστιαστεί στο δέκτη.

Σύμφωνα με τα όσα αναλύθηκαν στην ενότητα 9, η διάχυτη ακτινοβολία που προέρχεται από ανακλάσεις στις διάφορες επιφάνειες του δωματίου δεν μπορεί να αναμιχθεί με το σήμα του τοπικού ταλαντωτή και επομένως αν δεν λάβει χώρα διόρθωση φάσης οδηγεί σε αμελητέο φωτόρευμα. Αυτό το σημείο ίσως δεν είναι αρκετά τονισμένο στην βιβλιογραφία όπως επίσης και το γεγονός ότι η διάχυτη ακτινοβολία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα σύμφωνο σύστημα μόνο αν χρησιμοποιηθεί κάποιος προσαρμοστικός αλγόριθμος για τη διόρθωση της φάσης με χρήση κατάλληλων στοιχείων όπως χωρικοί διαμορφωτές φάσης (spatial modulators). Στην περίπτωση όπου η διάχυτη ακτινοβολία δεν παράγεται από πηγή μεγάλων διαστάσεων τότε όπως είδαμε και στην ενότητα 9, το μεγαλύτερο μήκος συνοχής μπορεί να επιτρέπει τη διόρθωση της φάσης και επομένως την εστίαση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας στο δέκτη.

Η (199) παρέχει έναν τρόπο υπολογισμού του πεδίου που λαμβάνουμε κατά μήκος όλης της επιφάνειας του δέκτη. Πολλές φορές στην ανάλυση των δεκτών όπως θα δούμε και παρακάτω είναι ευκολότερο να υποθέτουμε ότι το λαμβανόμενο πεδίο έχει την μορφή:

$$\mathbf{u}_S = \sqrt{P_R} [I(t) + jQ(t)] \exp(j\omega_0 t + j\phi + jkL) \mathbf{p}_R \quad (200)$$

όπου η ισχύς λήψης P_R μπορεί να υπολογιστεί απευθείας από τον ισολογισμό ισχύος σύμφωνα με την ενότητα 8 ενώ έχουμε τώρα κανονικοποιήσει το πεδίο \mathbf{u}_S έτσι ώστε

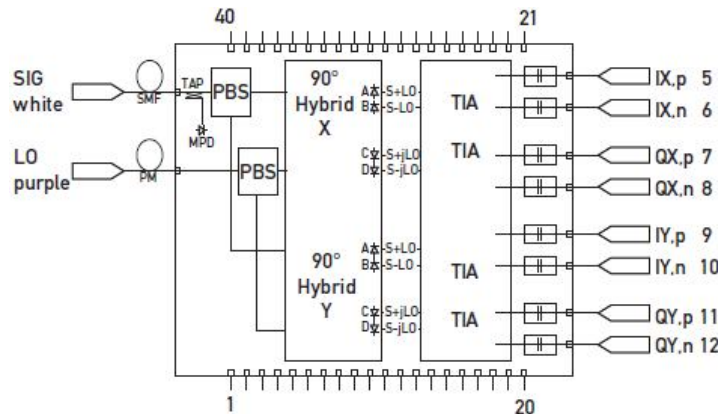
$$P_R = \langle |\mathbf{u}_S|^2 \rangle \quad (201)$$

Πρόκειται για μία εναλλακτική αναπαράσταση του πεδίου η οποία μας επιτρέπει να αγνοήσουμε την εγκάρσια κατανομή του πεδίου ως προς (x,y) καθώς και την επιφάνεια του δέκτη η οποία δεν εμφανίζεται στην (201) αλλά έχει ληφθεί υπόψη στον υπολογισμό του P_R . Πρόκειται για μία σύμβαση η οποία ακολουθείται συχνά και σε ενσύρματα συστήματα, ωστόσο θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου δεν λαμβάνει χώρα πλήρης διόρθωση της φάσης του κύματος όπως δείχνει το Σχήμα 26 οπότε στον υπολογισμό του αντίστοιχου φωτορεύματος θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και η χωρική μεταβολή της φάσης όπως αυτή καθορίζεται από την συνάρτηση $g(x,y)$.

10.4 Οπτικός Δέκτης IQ

Όπως είδαμε στην ενότητα 4, ο δέκτης μπορεί να είναι ετερόδυνος ή ομόδυνος με τον τελευταίο να υπερτερεί ως προς το SNR κατά τουλάχιστον 3dB εξαιτίας του μικρότερου εύρους ζώνης που χρησιμοποιούμε. Παράλληλα στο εμπόριο διατίθενται πλέον σύμφωνοι δέκτες σε ενιαία συσκευασία στους οποίους ο τοπικός ταλαντωτής και το σήμα εισόδου παρέχονται από δύο διαφορετικές οπτικές ίνες. Πρόκειται δηλαδή για οπτικά τσιπ στα οποία έχουμε προσαρμόσει οπτικές ίνες (fiber pig tail). Το φως θα πρέπει να συζευχθεί στην οπτική ίνα με κατάλληλες διατάξεις φακού σαν αυτές που είδαμε και στην ενότητα 7.7.

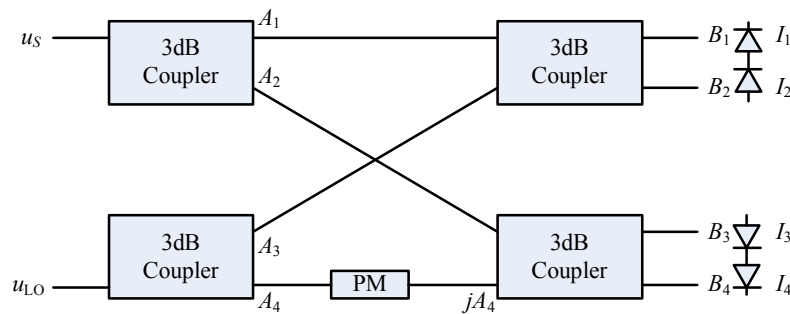
Σε αντίθεση με την απλή διαρρύθμιση στο Σχήμα 2, οι διατάξεις αυτές όπως θα δούμε χρησιμοποιούν διαφορική φώραση και επομένως δεν παρουσιάζεται στην έξοδο το ισχυρό DC ρεύμα i_L στην (20) κάτι που απλοποιεί κάπως τον σχεδιασμό του συστήματος στην περίπτωση της ομόδυνης φώρασης.



Σχήμα 32: Ένας τυπικός εμπορικά διαθέσιμος δέκτης.

Στο Σχήμα 32 φαίνεται το σχεδιάγραμμα ενός εμπορικά διαθέσιμου δέκτη ο οποίος χρησιμοποιεί και διαφοροποίηση πόλωσης (polarization diversity). Τόσο το σήμα όσο και ο τοπικός ταλαντωτής εισάγονται στο τσιπ με την βοήθεια προσαρμοσμένων οπτικών ινών και οδηγούνται σε διαχωριστές πόλωσης (polarization beam splitters – PBS) οι οποίοι αναλύουν τα δύο κύματα σε δύο κάθετες γραμμικές πολώσεις. Στη συνέχεια κάθε πόλωση οδηγείται σε ένα υβρίδιο 90° το οποίο έχει ως σκοπό τον υπέρθεση του κύματος του τοπικού ταλαντωτή και του σήματος εισάγοντας κατάλληλη διαφορά φάσης ανάμεσα τους ώστε να υποβοηθηθεί η διαφορική λήψη που θα περιγραφεί στη συνέχεια.

Στη συνέχεια οι υπερθέσεις των οπτικών σημάτων οδηγούνται σε τέσσερις φωτοδιόδους για κάθε μία πόλωση ο συνδυασμός των οποίων ανά δύο παρέχει τις συνιστώσες I και Q του σήματος.



Σχήμα 33: Ένα υβρίδιο 90° μαζί με τις αντίστοιχες φωτοδιόδους

Στο Σχήμα 33 παρουσιάζουμε μία υλοποίηση του υβριδίου 90° με 3dB συζεύκτες. Στην αριστερά πλευρά εισέρχονται το σήμα u_s και το πεδίο του τοπικού ταλαντωτή u_{LO} . Χρησιμοποιώντας τις μήτρες των συζευκτών που παρουσιάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

$$B_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_1 + jA_3) \quad (202)$$

$$B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(jA_1 + A_3) \quad (203)$$

$$B_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_2 - A_4) \quad (204)$$

$$B_4 = \frac{j}{\sqrt{2}}(A_2 + A_4) \quad (205)$$

Από τις μήτρες των συζευκτών εισόδου έχουμε

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}u_s \quad (206)$$

$$A_2 = \frac{j}{\sqrt{2}}u_s \quad (207)$$

$$A_3 = \frac{j}{\sqrt{2}}u_{LO} \quad (208)$$

$$A_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}u_{LO} \quad (209)$$

Αντικαθιστώντας τις (206)-(209) στις (202)-(205) θα έχουμε τις εξής σχέσεις που συνδέουν τις εξόδους του υβριδίου με τις δύο εισόδους του:

$$B_1 = \frac{1}{2}(u_s - u_{LO}) \quad (210)$$

$$B_2 = \frac{j}{2}(u_s + u_{LO}) \quad (211)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}(ju_s - u_{LO}) \quad (212)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}(ju_s + u_{LO}) \quad (213)$$

Τα ηλεκτρικά ρεύματα που παράγονται στον κάθε ένα φωτοδέκτη στο Σχήμα 33 δίνονται από τις σχέσεις:

$$I_1 = R|B_1|^2 = \frac{R}{4}|u_s - u_{LO}|^2 = \frac{R}{4}(|u_s|^2 + |u_{LO}|^2 - 2\operatorname{Re}\{u_{LO}^* u_s\}) \quad (214)$$

$$I_2 = R|B_2|^2 = \frac{R}{4}|u_s + u_{LO}|^2 = \frac{R}{4}(|u_s|^2 + |u_{LO}|^2 + 2\operatorname{Re}\{u_{LO}^* u_s\}) \quad (215)$$

$$I_3 = R|B_3|^2 = \frac{R}{4}|ju_s - u_{LO}|^2 = \frac{R}{4}(|u_s|^2 + |u_{LO}|^2 + 2\operatorname{Im}\{u_{LO}^* u_s\}) \quad (216)$$

$$I_4 = R|B_4|^2 = \frac{R}{4}|ju_s + u_{LO}|^2 = \frac{R}{4}(|u_s|^2 + |u_{LO}|^2 - 2\operatorname{Im}\{u_{LO}^* u_s\}) \quad (217)$$

Στις εξισώσεις (214)-(217) έχουμε παραλείψει τις συνιστώσες του προσθετικής θορύβου. Κατά την διαφορική λήψη αφαιρούμε τα ρεύματα ως εξής:

$$I_A = I_1 - I_2 = R\operatorname{Re}\{u_{LO}^* u_s\} + n_A \quad (218)$$

$$I_B = I_3 - I_4 = R\operatorname{Im}\{u_{LO}^* u_s\} + n_B \quad (219)$$

όπου έχουμε τώρα συμπεριλάβει και τις προσθετικές συνιστώσες του θορύβου n_A και n_B οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις:

$$n_A = n_1 - n_2 \quad (220)$$

$$n_B = n_3 - n_4 \quad (221)$$

όπου n_i είναι η προσθετική συνιστώσα θορύβου εξαιτίας της φωτοδιόδου i και των οποίων τα στατιστικά χαρακτηριστικά έχουν περιγραφεί στην ενότητα 6.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η παραπάνω περιγραφή προϋποθέτει αφενός μεν ότι η πόλωση του τοπικού ταλαντωτή είναι η ίδια με αυτή του σήματος και αφετέρου ότι η χωρική φάση του σήματος u_s και u_{LO} είναι ταυτόσημη. Η πρώτη προϋπόθεση διασφαλίζεται με κατάλληλη επιλογή της πόλωσης του τοπικού ταλαντωτή. Όπως άλλωστε φαίνεται στο Σχήμα 32, ο δέκτης μπορεί να σχεδιαστεί με διαφοροποίηση πόλωσης (polarization diversity) έτσι ώστε το σήμα να αναμιγνύεται με τον τοπικό ταλαντωτή αρκεί αυτός να μην έχει τελείως ορθογώνια πόλωση με το σήμα. Επίσης όσο αφορά τη συμφωνία της χωρικής κατανομής της φάσης αυτή διασφαλίζεται από το γεγονός ότι τόσο ο τοπικός ταλαντωτής όσο και το σήμα εισάγονται στο δέκτη μέσω πολύτροπων οπτικών ινών και επομένως η χωρική συμφωνία της φάσης είναι εγγυημένη εξαιτίας της φύσης του βασικού τρόπου διάδοσης. Ωστόσο όπως είδαμε στην παράγραφο 7.7, χωρίς ικανοποιητική διόρθωση της φάσης του προσπίπτοντος κύματος είναι πρακτικά αδύνατο αυτό να εστιαστεί σε μία οπτική ίνα (Σχήμα 22).

11. Υλοποίηση με Εργαλεία Ελεύθερου Λογισμικού

Στις προηγούμενες παραγράφους περιγράψαμε τα βασικά δομικά στοιχεία του σύμφωνου οπτικού συστήματος και πώς αυτά μπορούν να μοντελοποιηθούν με ορισμένες απλές τεχνικές. Το μοντέλο του συστήματος το οποίο θα περιγραφεί πλήρως στο παραδοτέο Π1.2 μπορεί να υλοποιηθεί με μία σειρά εργαλείων ελεύθερου λογισμικού όπως το GNU-OCTAVE. Στην ουσία πρόκειται για μία γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου που προορίζεται κυρίως για αριθμητικού υπολογισμούς. Προσφέρει ένα περιβάλλον γραμμής εντολών (command line) το οποίο χρησιμοποιείται για την λύση γραμμικών και μη γραμμικών προβλημάτων αλλά και για την υλοποίηση αριθμητικών προσομοιώσεων. Οι εντολές είναι σε μεγάλο ποσοστό συμβατές με το περιβάλλον MATLAB. Το όνομα του οφείλεται στον Octave Levenspiel ο οποίος είναι ένας ομότιμος πλέον καθηγητής στη σχολή χημικών μηχανικών στο πανεπιστήμιο του Oregon και οποίος ήταν ο καθηγητής του εμπνευστή του εγχειρήματος, John W. Eaton. Το Octave προσφέρεται δωρεάν σε διάφορα λειτουργικά συστήματα (Linux, Windows, Android, κτλ) και περιλαμβάνει και γραφικό περιβάλλον από την έκδοση 3.8 και μετέπειτα.

Η λεπτομερής υλοποίηση των μοντέλων του συστήματος που παρουσιάστηκαν στο παρόν παραδοτέο είναι αντικείμενο του παραδοτέου Π1.2. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση θα είναι διαθέσιμος και μέσω της ιστοσελίδας του προγράμματος COWS.

12. Συμπεράσματα

Στο παρόν παραδοτέο παρουσιάσαμε τα βασικά μοντέλα που μπορούν να περιγράψουν ένα ασύρματο οπτικό σύστημα που χρησιμοποιεί σύμφωνη φώραση. Συγκεκριμένα:

- Δώσαμε μία λεπτομερή περιγραφή του συστήματος και των επιμέρους δομικών στοιχείων του όπως αυτή παρουσιάζεται τόσο στο Σχήμα 1 όσο και στο Σχήμα 26.
- Εξετάσαμε την μαθηματική θεωρία που περιγράφει την μίξη του σήματος του οπτικού ταλαντωτή και του σήματος που καταφθάνει στο δέκτη στην ενότητα 4. Δείξαμε ότι τόσο η χωρική όσο και η χρονική φάση των δύο κυμάτων θα πρέπει να επιλεγεί κατάλληλα ώστε να έχουμε μεγιστοποίηση του φωτορεύματος που παράγεται από την μίξη τους.
- Στην ενότητα 5, εξετάσαμε τα βασικά μοντέλα που περιγράφουν τον προσθετικό θόρυβο που συνοδεύει τον σύμφωνο δέκτη όπως άλλωστε και κάθε οπτικό δέκτη. Ιδιαίτερη έμφαση θα πρέπει να δοθεί στον θόρυβο του φωτός του περιβάλλοντος (ambient light noise) που ανάλογα με την επιλογή του οπτικού φίλτρου στο δέκτη μπορεί να προκαλεί σημαντικό θόρυβο βολής ο οποίος και να είναι μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο θόρυβο βολής εξαιτίας του τοπικού ταλαντωτή.
- Υπολογίσαμε το ηλίκο σήμα-προς-θόρυβο SNR στην περίπτωση της διαμόρφωσης OOK για ένα σύμφωνο δέκτη και ένα δέκτη άμεσης φώρασης. Δείξαμε ότι το κέρδος στο αντίστοιχο ηλίκο μπορεί να είναι πολύ μεγάλο (της τάξεως των 20 με 30dB υπό ιδανικές συνθήκες) το οποίο είναι ανάλογο του $(P_{LO}/P_R)^{1/2}$ της τετραγωνικής ρίζας του ηλίκου της ισχύος του τοπικού ταλαντωτή προς την ισχύ λήψης. Το αποτέλεσμα αυτό υποδεικνύει και την μεγάλη βελτίωση στον ισολογισμό ισχύος του συστήματος που μπορεί να επιφέρει η σύμφωνη φώραση.
- Παρουσιάσαμε αναλυτικά το μοντέλο διάδοσης που εφαρμόζεται για την μελέτη της εξέλιξης του πλάτους και της φάσης του οπτικού σήματος από τον πομπό στον δέκτη και βασίζεται στις Gaussian δέσμες. Σε αντίθεση με συστήματα άμεσης φώρασης, η χωρική κατανομή του προσπίπτοντος κύματος είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς καθορίζει το κατά πόσο θα είναι αποτελεσματική η μίξη του τοπικού ταλαντωτή με το ληφθέν σήμα. Από τους πρώτους υπολογισμούς φαίνεται πως η διόρθωση φάσης είναι απαραίτητη τόσο στην περίπτωση όπου το σήμα προσπίπτει απευθείας στο δέκτη μαζί με τον τοπικό ταλαντωτή όσο και στην περίπτωση όπου πρώτα εστιάζεται σε μία οπτική ίνα.
- Επεκτείναμε το ανωτέρω μοντέλο στην περίπτωση όπου η δέσμη δεν είναι απαραίτητα Gaussian και δείξαμε ότι στη γενικότερη περίπτωση η χωρική κατανομή του πεδίου στον πομπό και στον δέκτη σχετίζεται μέσω ενός δυσδιάστατου μετασχηματισμού Fourier.
- Μοντελοποιήσαμε τα οπτικά στοιχεία (φακοί) του πομπού και του δέκτη. Στην περίπτωση του πομπού, η επίδραση των φακών μπορεί να ληφθεί υπόψη με έναν απλό μετασχηματισμό των παραμέτρων της δέσμης και συγκεκριμένα του εύρους και της καμπυλότητας της. Στην περίπτωση του δέκτη, η κατάσταση είναι πιο πολύπλοκη καθώς η δέσμη δεν είναι Gaussian (αλλά τμήμα μίας Gaussian δέσμης) και επομένως θα πρέπει κανείς να χρησιμοποιήσει τις γενικότερες σχέσεις που συνδέουν το προσπίπτον πεδίο στο φακό με το πεδίο που σχηματίζεται στο επίπεδο που απέχει απόσταση ίση με την εστιακή απόσταση. Δείξαμε ότι αυτό είναι δυνατόν να περιγραφεί με έναν δυσδιάστατο μετασχηματισμό Fourier.
- Βάσει του ανωτέρου μοντέλου παρουσιάσαμε τις βασικές εξισώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον καθορισμό του ισολογισμού ισχύος και τον υπολογισμό της ισχύος λήψης P_R .
- Αναλύσαμε τα χαρακτηριστικά της διάχυτης ακτινοβολίας και δείξαμε ότι ανάλογα με το μέγεθος της πηγής της διάχυτης ακτινοβολίας, το μήκος συνοχής που περιγράφει το μήκος στο οποίο η φάση του κύματος μπορεί να θεωρηθεί σταθερή μπορεί να είναι της τάξης των μερικών δεκάδων μm για σχετικά μεσαίου μεγέθους πηγές της τάξης των μερικών δεκάδων cm. Αυτό σημαίνει ότι ως ένα σημείο, το σενάριο της μετάδοσης του σήματος μέσω διάχυτων ανακλάσεων είναι εφικτό, ωστόσο

θα πρέπει να λαμβάνει χώρα διόρθωση της φάσης ώστε να προσαρμόζεται η φάση του σήματος στη φάση του τοπικού ταλαντωτή ή να εστιάζεται το σήμα σε μία οπτική ίνα.

- Παρουσιάσαμε τις βασικές εξισώσεις που περιγράφουν τα επιμέρους συστήματα της ζεύξης συμπεριλαμβανομένου του διαμορφωτή και του σύμφωνου δέκτη με διαφοροποίηση φάσης και πόλωσης. Τα εν λόγω μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αποτίμηση των διάφορων μονοδιάστατων και δυσδιάστατων σχημάτων διαμόρφωσης στο Π2.1

13. Αναφορές

- [1] J. B. Carruthers and J. M. Kahn, "Modeling of Nondirected Wireless Infrared Channels", IEEE Trans. on Commun., vol. 45, no. 10, pp. 1260-1268, October 1997
- [2] C. A. Balanis *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd Edition, Wiley-Interscience
- [3] P. E. Green, *Fiber Optic Networks* Hardcover 1st Edition, Prentice Hall
- [4] J.M. Kahn and J. R. Barry, "Wireless Infrared Communications", Proc. of the IEEE, vol. 85, pp. 265-298, February 1997.
- [5] R.E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd Edition, Wiley-IEEE Press
- [6] A.W. Snyder, J. Love *Optical Waveguide Theory* Chapman & Hall (1983)
- [7] H. Kogelnik and T. Li, "Laser beams and resonators", Appl. Opt. 5 (10), 1550 (1966)
- [8] P. A. Bélanger, "Beam propagation and the ABCD ray matrices", Opt. Lett. 16 (4), 196 (1991)
- [9] Bahaa E. A. Saleh, Malvin Carl Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley-Interscience; 2 edition